



**Paulo Manuel dos  
Reis Batista**

**Conceção de amostras para ensaios biaxiais**





**Paulo Manuel dos  
Reis Batista**

## **Conceção de amostras para ensaios biaxiais**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob orientação científica de Alfredo Manuel Balacó de Moraes, Professor Doutor Associado do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro e de António Manuel de Bastos Pereira, Professor Doutor Auxiliar do Departamento de Engenharia da Mecânica da Universidade de Aveiro.





## O júri

Presidente

**Prof. Doutor António Manuel de Amaral Monteiro Ramos**  
Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro

Vogais

**Prof. Doutor José Luís Soares Esteves**  
Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (Arguente)

**Prof. Doutor Alfredo Manuel Balacó de Moraes**  
Professor Associado da Universidade de Aveiro (Orientador)



## **Agradecimentos**

Agradeço ao meu orientador, Professor Doutor Alfredo Balacó de Moraes que me motivou através de uma orientação pautada por cordialidade e mestria.

Deixo também o meu agradecimento ao Professor Doutor António Bastos Pereira pela disponibilidade e apoio que demonstrou durante a realização deste trabalho.

Agradeço à minha família, especialmente à minha mãe, ao meu pai e ao meu irmão João que sempre me apoiaram no meu percurso académico e que me mostraram a importância do conhecimento em todas as vertentes da minha formação.

À minha namorada deixo um agradecimento especial, pelo apoio manifestado nos momentos mais difíceis.



**Palavras-chave**

provete cruciforme; ensaios biaxiais; simulação numérica; métodos dos elementos finitos; polipropileno

**Resumo**

Os ensaios biaxiais revestem-se de importância crescente como meio de caracterizar de forma mais rigorosa o comportamento mecânico de materiais poliméricos. A presente dissertação abordou a temática da concepção da geometria do provete cruciforme para ensaios biaxiais de tração, utilizando para tal a análise por elementos finitos. Desenvolveu-se inicialmente um trabalho de otimização com o objetivo de encontrar um provete cruciforme no qual a rutura ocorresse numa zona central onde existisse um estado de tensão aproximadamente uniforme. A amostra final obtida aproximou-se bastante bem destes requisitos, mas ficou limitada pela espessura máxima pré-estabelecida para o provete. Na fase final realizou-se uma simulação numérica com a amostra otimizada de modo a poder comparar resultados com valores experimentais obtidos no âmbito de uma outra dissertação. Os resultados numéricos revelaram-se em boa concordância com os valores experimentais, tendo porém confirmado um modo de rutura final que não é desejado para efeitos de caracterização plena do comportamento mecânico do material.



**Keywords**

cruciform specimen; biaxial tests; numerical simulation; Finite Element Method; polypropylene

**Abstract**

Biaxial tests are of increasing importance for more accurate characterization of the mechanical behaviour of polymers. The present dissertation focussed on the design of the cruciform specimen for biaxial tension tests, using finite element modelling. The initial work aimed at finding a specimen geometry in which failure would occur in a central region, where an approximately uniform stress state would exist. The specimen geometry obtained approached fairly well those requirements, but was limited by the pre-set maximum thickness.

In the final stage, numerical simulations of the optimal specimen geometry were conducted in order to compare model predictions with experimental measurements made in another dissertation. Numerical results were found to be in good agreement with experimental measurements, both confirming a final failure mode that is undesirable for full characterization of the mechanical behaviour of the material.





# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Enquadramento e objetivos da dissertação . . . . .	1
1.2	Revisão de trabalhos publicados . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Conceção e otimização da geometria do provete cruciforme</b>	<b>7</b>
2.1	Pré-processamento . . . . .	7
2.1.1	Modelação 3D e dimensões das amostras . . . . .	7
2.1.2	Propriedades do material . . . . .	8
2.1.3	Discretização das amostras . . . . .	9
2.1.4	Condições de fronteira . . . . .	9
2.2	Pós-processamento . . . . .	10
2.2.1	Processo de otimização e análise de resultados . . . . .	10
2.2.2	Estudo de variantes da <i>Geometria 9A</i> . . . . .	20
2.2.3	Análise do efeito da diminuição da espessura na zona central das amostras . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Comparação da simulação numérica com os resultados experimen- tais</b>	<b>27</b>
3.1	Breve explicação dos ensaios experimentais. . . . .	27
3.2	Modelação numérica . . . . .	28
3.2.1	Modelos numéricos e dimensões . . . . .	28
3.2.2	Caraterização do material . . . . .	31
3.2.3	Discretização dos modelos . . . . .	32
3.2.3.1	Provete cruciforme . . . . .	32
3.2.3.2	Cunhas de amarração . . . . .	34
3.2.4	Condições de fronteira e restrições . . . . .	34
3.2.5	Definição e localização de <i>sets</i> . . . . .	35
3.2.6	Comparação dos resultados numéricos e experimentais . . . .	36
<b>4</b>	<b>Conclusões e trabalhos futuros</b>	<b>41</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>43</b>

Apêndice A	<i>Geometria 6A / Geometria 6B</i>	47
Apêndice B	<i>Geometria 7A / Geometria 7B</i>	49
Apêndice C	<i>Geometria 8A / Geometria 8B</i>	51
Apêndice D	<i>Geometria 9.2A / Geometria 9.2B</i>	53
Apêndice E	<i>Geometria 9.3A / Geometria 9.3B</i>	55
Apêndice F	<i>Geometria 10A / Geometria 10B</i>	57
Apêndice G	<i>Geometria 11A / Geometria 11B</i>	59
Apêndice H	Amostras com dois rebaios	61
Apêndice I	Amostras com um rebaixo	63
Apêndice J	Provete usado nos ensaios experimentais - <i>Geometria 9A</i>	65
Apêndice K	Vistas e dimensões da <i>Geometria 9B</i>	67
Apêndice L	Vistas e dimensões da <i>Geometria 8B</i>	69

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Enquadramento e objetivos da dissertação

A competitividade industrial tem como elemento chave o desenvolvimento do produto. É na relação entre a otimização do projeto e o lançamento de produtos de qualidade que as empresas expõem a sua capacidade competitiva. A necessidade de aprofundar o conhecimento do comportamento mecânico dos materiais estruturais reveste-se de grande importância na otimização do projeto. De um modo geral, os ensaios uniaxiais são suficientes para caracterizar os aspetos fundamentais do comportamento mecânico de materiais isotrópicos, como os polímeros e muitos metais. No entanto, a previsão rigorosa da rutura exige a caracterização perante estados de tensões complexos, pelo que só com a realização de ensaios multiaxiais se pode obter uma caracterização completa do material [1]. Como tal, há um número crescente de trabalhos nesta área baseados em ensaios biaxiais nos quais a introdução de cargas se faz segundo eixos perpendiculares em provetes cruciformes.

Um dos aspetos mais importantes nos ensaios de tração biaxial é a geometria do provete cruciforme. Embora vários tipos de provetes cruciformes tenham sido alvo de diversos trabalhos de investigação, não existe atualmente nenhuma geometria padrão que permita o estudo adequado do comportamento dos materiais [2]. Nestas circunstâncias, este trabalho teve como objetivo obter um provete cruciforme onde a rutura ocorra na secção central, de modo a prever-se com maior precisão o comportamento mecânico de um material polimérico quando solicitado a um esforço simultâneo de tração em duas direções. O processo de otimização recorreu às potencialidades da modelação numérica com o método dos elementos finitos. Em paralelo com a modelação numérica, realizaram-se noutra dissertação ensaios experimentais que complementaram o processo de conceção da amostra pretendida.

Mais concretamente, o principal objetivo deste trabalho foi modelar um provete cruciforme com comportamento de um material polimérico que se adequasse a ensaios biaxiais de tração. Para isso foi utilizado o programa *ABAQUS*. Neste

tipo de ensaios, as amostras possuem a zona de medida no centro do provete, onde se medem as extensões. Sendo assim, os requisitos pretendidos das amostras seriam a existência de tensões mais elevadas e distribuídas de modo quase uniforme no centro do provete, para que promovessem aí a iniciação da rutura.

Depois de definida a amostra, tornou-se necessário realizar uma simulação numérica que permitisse comparar as curvas força-extensão obtidas com os respectivos ensaios experimentais realizados no âmbito de uma outra dissertação. Esta comparação permitiu avaliar as características do provete cruciforme relativamente aos requisitos inicialmente estabelecidos para ensaios os biaxiais de tração.

## 1.2 Revisão de trabalhos publicados

Depois de expostos os objetivos deste estudo, segue-se uma descrição de trabalhos semelhantes realizados por diversos investigadores, bem como dos principais resultados alcançados. Os trabalhos descritos pretendem enfatizar o estudo da rutura de provetes cruciformes sujeitos a ensaios biaxiais de tração. Como se pretende uma abordagem mais ampla, apresentam-se provetes cruciforme de três tipos de materiais: polímeros, compósitos de matriz polimérica e metais.

Bhatnagar e outros [3] estudaram a nível experimental e numérico provetes cruciformes poliméricos, Figura 1.1. A sua conceção teve em conta a geometria dos raios de concordância e do rebaixo central, de modo a promover a rutura na zona de medida, ou seja, na secção central do provete.

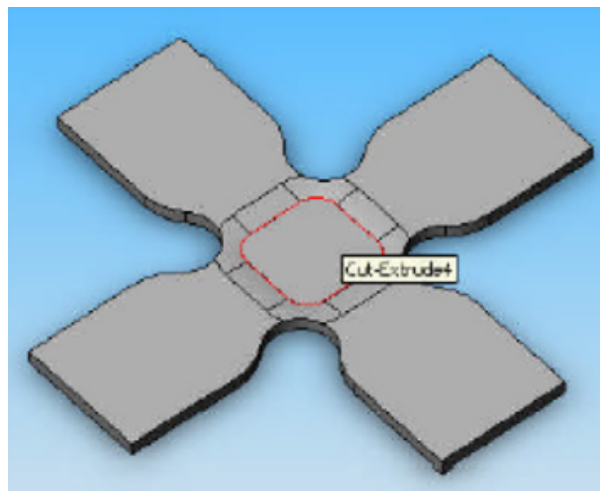


Figura 1.1: Modelo 3D dos provetes cruciformes [3].

Os provetes foram solicitados com um esforço biaxial de tração, com uma velocidade de 2 mm/min em cada eixo. Depois dos ensaios experimentais, realizou-se uma simulação numérica para posterior comparação de resultados. A Figura 1.2, mostra o *contour plot* onde se encontram representadas as tensões de von Mises relativas à simulação numérica de um quarto do provete. Verificou-se que a tensão

máxima de von Mises não se concentrava no centro do provete, mas sim nos raios de concordância, a aproximadamente  $45^\circ$  relativamente aos eixos. No entanto, o *contour plot* da tensão de corte no plano de carregamento indicava que a rutura ocorreria em zonas dos raios de concordância mais desviadas do centro, Figura 1.3.

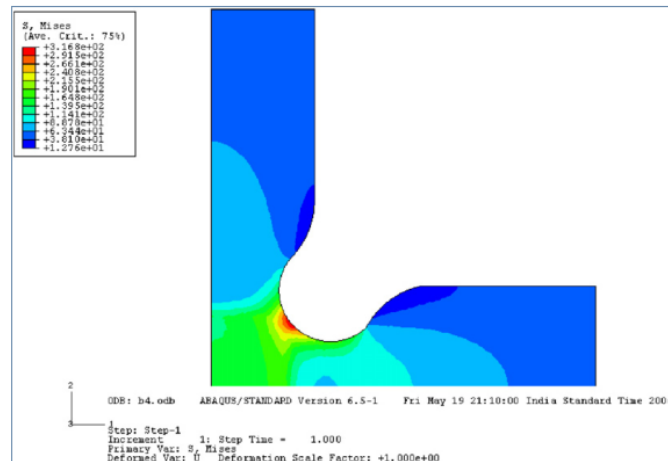


Figura 1.2: *Contour plot* das tensões de von Mises obtido em [3].

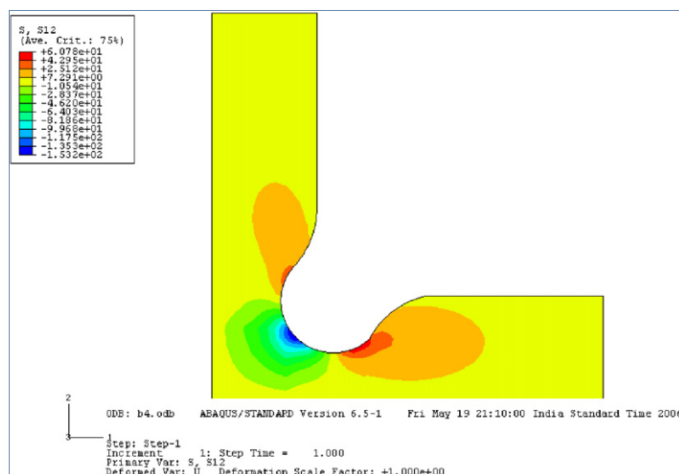


Figura 1.3: *Contour plot* da tensão de corte no plano de carregamento obtido em [3].

A Figura 1.4, apresenta fotografias dos provetes depois de testados no dispositivo de ensaios, onde se pode confirmar o tipo de rutura previsto na simulação numérica com base nas tensões de von Mises, Figura 1.2. De facto, as fotografias evidenciam que a rutura ocorreu na secção dos braços mais próxima da zona central do provete.

O trabalho realizado por Lamkanfi e outros [4] pretendeu estudar em que medida as descontinuidades geométricas nos rebaixos centrais influenciam a rutura dos provetes cruciformes. Para tal, os referidos autores recorreram à análise das

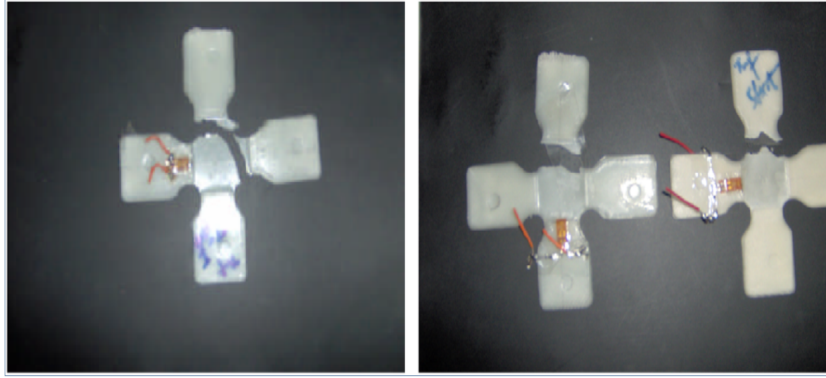


Figura 1.4: Fotografias que mostram o tipo de rutura dos provetes ensaiados em [3].

distribuições das extensões através de uma simulação numérica e do método de correlação de imagem digital. O provete compósito de matriz polimérica apresentava um rebaixo central caracterizado, sendo a descontinuidade geométrica definida como a transição da parte circundante para superfície inferior.

As Figuras 1.5(a) e 1.5(b) mostram as distribuições das extensões segundo os eixos X e Y, respetivamente, obtidas através da análise numérica onde se submeteu o provete a uma carga biaxial de tração com um rácio 1:1. As Figuras mostram que as extensões máximas segundo os dois eixos se situam nos raios de concordância e nas zonas de descontinuidade geométrica dos rebaios centrais. Os autores do estudo [4] realçaram em cada figura os dois arcos de circunferências dos rebaios centrais onde se concentram as respetivas extensões máximas. A análise das concentrações das extensões sugeriu que a rutura do provete iria iniciar-se nos raios de concordância ou nas zonas de transição para os rebaios.

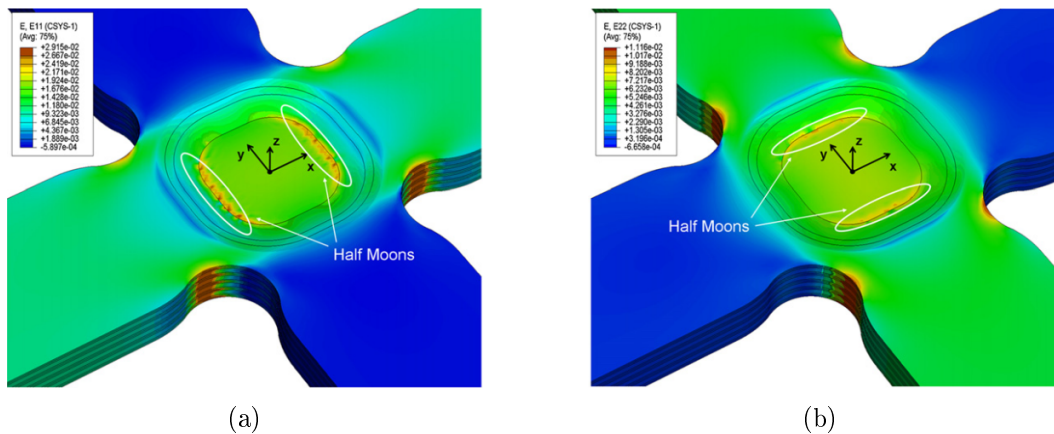


Figura 1.5: Distribuição das extensões máximas na zona de descontinuidade geométrica e nos raios de concordância: (a) Distribuição das extensões segundo o eixo X, (b) Distribuição das extensões segundo o eixo Y.

No ensaio experimental do provete foi utilizado o método de correlação de imagem digital para se obter a distribuição das extensões, Figura 1.6. Esta técnica consiste em adquirir imagens consecutivas durante o período de deformação do material, através do uso de uma câmara digital devidamente associada a um *software* específico. Da análise da Figura 1.6, pode-se concluir que a localização das extensões máximas determinou a zona de início de rutura do provete, o que confirma os resultados da simulação numérica.

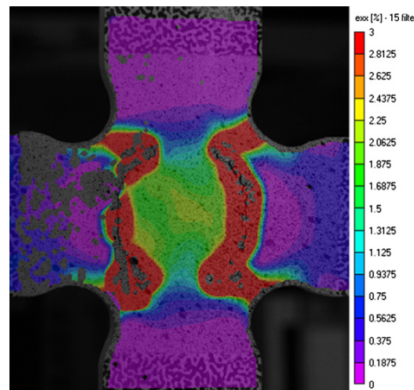


Figura 1.6: Distribuição das extensões obtida através do método de correlação de imagem digital [4].

Andrusca e outros [5] realizaram um estudo numérico e experimental com ensaios biaxiais de provetes cruciformes de alumínio. O provete utilizado neste estudo possuía um rebaixo central de superfície esférica com espessura mais reduzida, Figura 1.7, de modo a promover a rutura nessa zona.

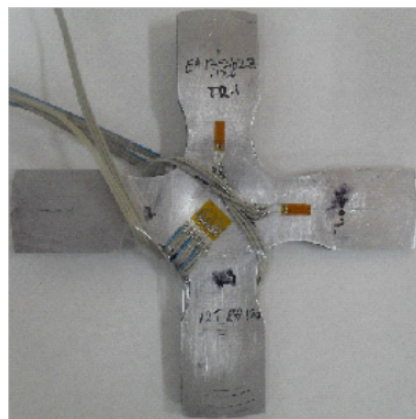


Figura 1.7: Geometria do provete cruciforme usado em [5].

A simulação numérica foi realizada apenas com um oitavo do provete, dada a simetria em relação a três planos. O provete foi solicitado a um esforço biaxial de tração com um rácio de forças de 1:1. A Figura 1.8(a), mostra que a tensão máxima de von Mises se localiza predominantemente no centro do provete, enquanto que

a distribuição das tensões de corte no plano de carregamento indica que a rutura tende a ocorrer na zona de concordância, Figura 1.8(b).

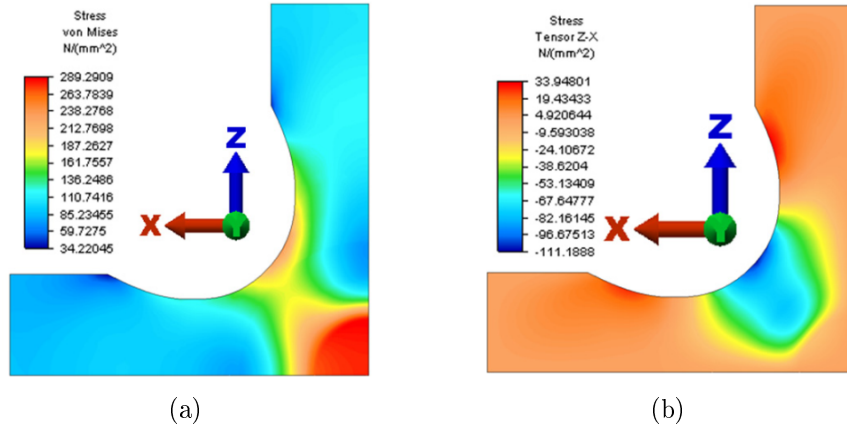


Figura 1.8: *Contour plots* relativos às tensões: (a) de von Mises. (b) de corte no plano de carregamento [5].

Na figura 1.9 encontra-se representada a evolução da rutura verificada no ensaio experimental. A Figura 1.9(b), mostra a etapa intermédia do ensaio experimental, onde se verifica que a rutura se inicia na zona central do provete junto à transição para o rebaixo. No final do ensaio, a Figura 1.9(c) mostra uma ligeira mudança de direção da rutura que faz com esta ocorra a  $45^\circ$ . Portanto, os autores [5] consideraram que os resultados experimentais e numéricos comprovam que a geometria e dimensões do provete cruciforme usadas são adequadas para caraterizar o comportamento de materiais dúcteis.

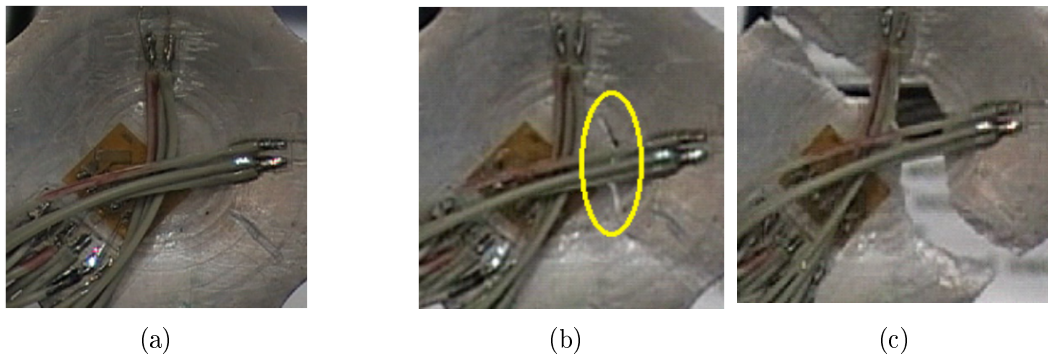


Figura 1.9: Fotografias que mostram a evolução da rutura no provete cruciforme: (a) Antes da rutura, (b) Fase inicial da rutura (c) Rutura final com orientação aproximada de  $45^\circ$  [5].

Em resumo, os trabalhos acima revistos mostram o potencial do provete cruciforme, mas também as dificuldades em assegurar que a rutura ocorre efetivamente na zona de medida.



## Capítulo 2

# Conceção e otimização da geometria do provete cruciforme

Neste capítulo descrevem-se os passos utilizados na conceção de geometrias de um provete cruciforme, através do método dos elementos finitos. O objetivo principal foi encontrar uma geometria, que promovesse a rutura da amostra numa zona central onde o estado de tensão fosse aproximadamente uniforme. As análises numéricas executadas no *software* foram nesta fase, elásticas e quase-estáticas, isto é, não se consideraram os efeitos da aceleração e inércia.

## 2.1 Pré-processamento

### 2.1.1 Modelação 3D e dimensões das amostras

Para encontrar a geometria do provete cruciforme, que cumprisse os requisitos pretendidos para os ensaios experimentais, foram modeladas em 3D no *software* *CATIA V5*, aproximadamente 50 amostras. Posteriormente, transferiu-se para o *software* *ABAQUS*, o ficheiro com extensão *CATpart*, contendo o modelo paramétrico de cada geometria.

A espessura de 5 mm da placa de polipropileno (PP), da qual seria maquinado o provete final, limitou a conceção das amostras. De facto, se fossem utilizados rebaixos, a espessura em qualquer parte da amostra, não poderia ser inferior a 1.5 mm, devido à dificuldade de se obter uma espessura tão reduzida com o centro de maquinaria CNC do DEM.

A dimensão total do provete e o comprimento das zonas de amarração, foram inicialmente estabelecidas e encontram-se representadas na Figura 2.1. A pré-definição destas dimensões teve em conta a colocação e fixação do provete no dispositivo de ensaios biaxiais.

No processo de conceção pretendeu-se enfatizar a geometria e as dimensões dos rebaixos, dos raios de concordância, do centro e da largura dos braços do provete.

No entanto, depois de encontrada a geometria do provete final, equacionou-se a alteração da espessura mínima da zona central das amostras, de modo a avaliar alterações substanciais dos resultados.

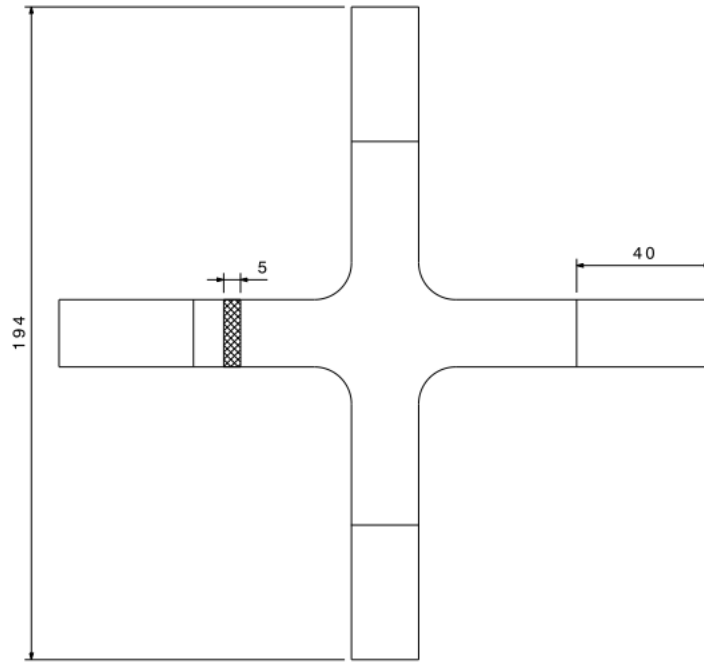


Figura 2.1: Dimensões pré-definidas das amostras.

### 2.1.2 Propriedades do material

As amostras foram modeladas como um material homogêneo e isotrópico, com coeficiente de Poisson  $\nu = 0.42$  e um módulo de elasticidade  $E = 1730$  MPa. Estas duas propriedades foram obtidas através de ensaios de tração realizados com provetes de polipropileno [6]. Nesta primeira fase de seleção de geometria, adotou-se comportamento linear elástico.

Não obstante, sendo o polipropileno um material polimérico, apresenta um comportamento viscoelástico, pois as suas propriedades mecânicas são influenciadas pelo tempo de carregamento e pelas mudanças de temperatura [7]. Na caracterização do material foi desprezado o comportamento viscoelástico do polipropileno, uma vez que para determinar tais propriedades, seriam necessárias técnicas experimentais complexas, das quais se poderiam retirar os parâmetros usados no modelo de Prony, formulação usada no *software* ABAQUS para definir materiais com comportamento viscoelástico [8].

### 2.1.3 Discretização das amostras

Na discretização das geometrias foram utilizados elementos tetraédricos lineares, de quatro nós e com três graus de liberdade por nó, designados por C3D4. Como estes elementos não são os mais indicados para a obtenção de resultados com elevada precisão [9], refinou-se a malha nas zonas mais críticas dos provetes. No centro e nos raios de concordância a discretização foi feita com elementos de aresta com 0.5 mm e 1 mm, respetivamente. Nos braços usaram-se com elementos de aresta de 2 mm e nas zonas de amarração aplicou-se um nível de refinamento mais grosseiro, Figura 2.2.

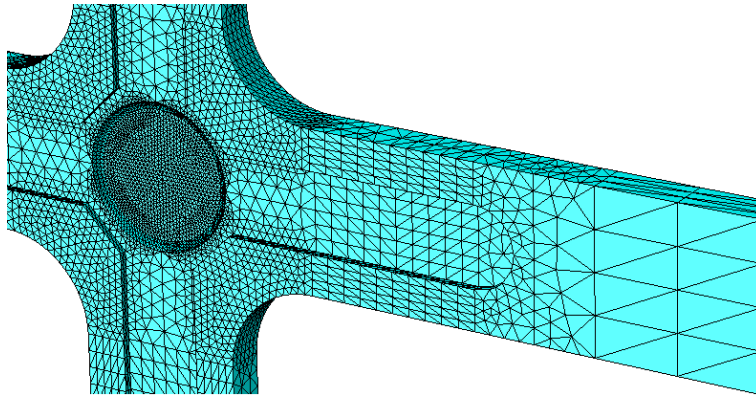


Figura 2.2: Malha de elementos tetraédricos aplicada na generalidade dos provetes.

Na generalidade das simulações numéricas, cada amostra tem aproximadamente, 88000 elementos tetraédricos e 17000 nós. Os três níveis de refinamento da malha, representados na Figura 2.2, tiveram o intuito de conjugar dois fatores: uma boa exatidão nos resultados finais, e um tempo de processamento aceitável para realização das simulações numéricas.

### 2.1.4 Condições de fronteira

As quatro zonas do provete sujeitas à amarração foram transformadas em corpos rígidos. Deste modo, pretendeu-se simular o sistema de amarração do dispositivo de ensaios biaxiais. A Figura 2.3, ilustra as condições de fronteira aplicadas nos corpos rígidos para se submeter o provete a um esforço de tração biaxial. Nos corpos rígidos foram impostos deslocamentos biaxiais com o rácio 1:1, especificamente, de 10 mm em cada eixo. Para que o provete possuísse unicamente movimento de translação, restringiram-se as rotação em torno do eixos X, Y e Z nas referidas zonas.

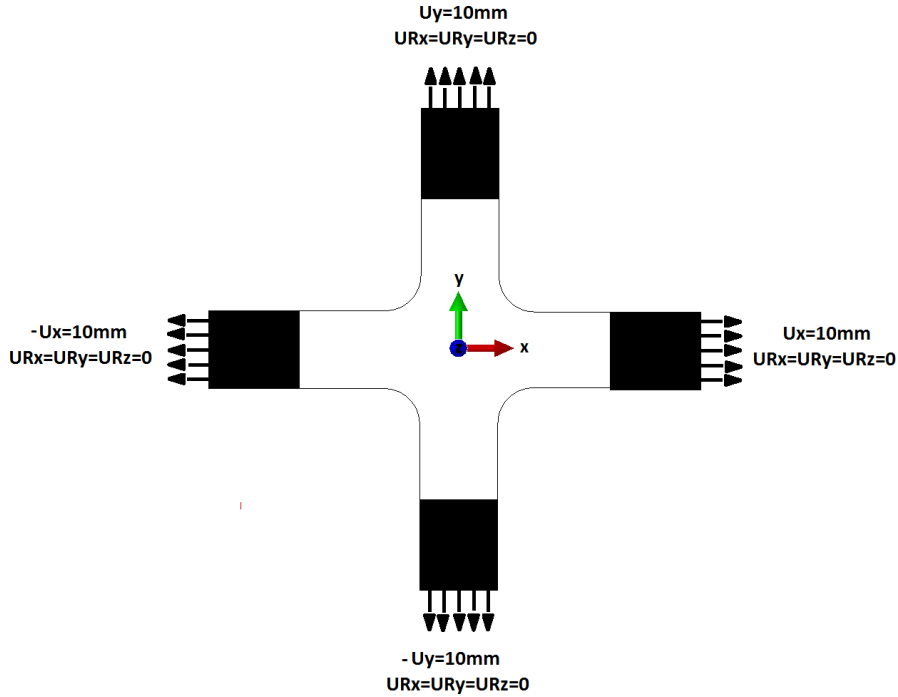


Figura 2.3: Representação dos deslocamentos  $U$  e das rotações  $UR$  restringidas.

## 2.2 Pós-processamento

### 2.2.1 Processo de otimização e análise de resultados

A otimização das amostras é seguidamente descrita de forma sequencial, apresentando o conjunto das principais geometrias analisadas. As geometrias com espessura de 1.5 mm na parte central do provete são designadas por *Geometria#A*. Na etapa final, para avaliar a influência da espessura no centro do provete, são apresentadas geometrias com alterações nas dimensões dos rebaiços, denominadas por *Geometria#B*. No processo de conceção procurou-se alterar progressivamente cada geometria, de modo a contrariar a tendência observada de concentração de tensões nos raios de concordância.

Os resultados obtidos para cada geometria são apresentados em quatro figuras de *contour plots*. Na primeira figura a geometria da amostra encontra-se sem cargas, enquanto que as seguintes figuras representam as distribuições das tensões de von Mises e das tensões normais  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$ . Nos *contour plots* o que se encontra representado na superfície visível do provete, é idêntico à superfície oposta, pois há simetria relativamente ao plano XY.

O provete da Figura 2.4(a), foi modelado com raios de concordância de 11 mm e não apresenta rebaiços, o que significa que tem uma espessura constante de 5 mm. As tensões mais elevadas de von Mises concentram-se nos raios de concordância. O centro do provete apresenta uma distribuição circular praticamente uniforme de tensões relativamente baixas, Figura 2.4(b). Segundo as direções X e Y, as

tensões mais elevadas situam-se também nos raios de concordância mais próximos dos braços do provete, Figuras 2.4(c) e 2.4(d). Logo, as distribuições de tensões nesta geometria fazem prever a rutura fora do centro do provete que deve ser evitada.

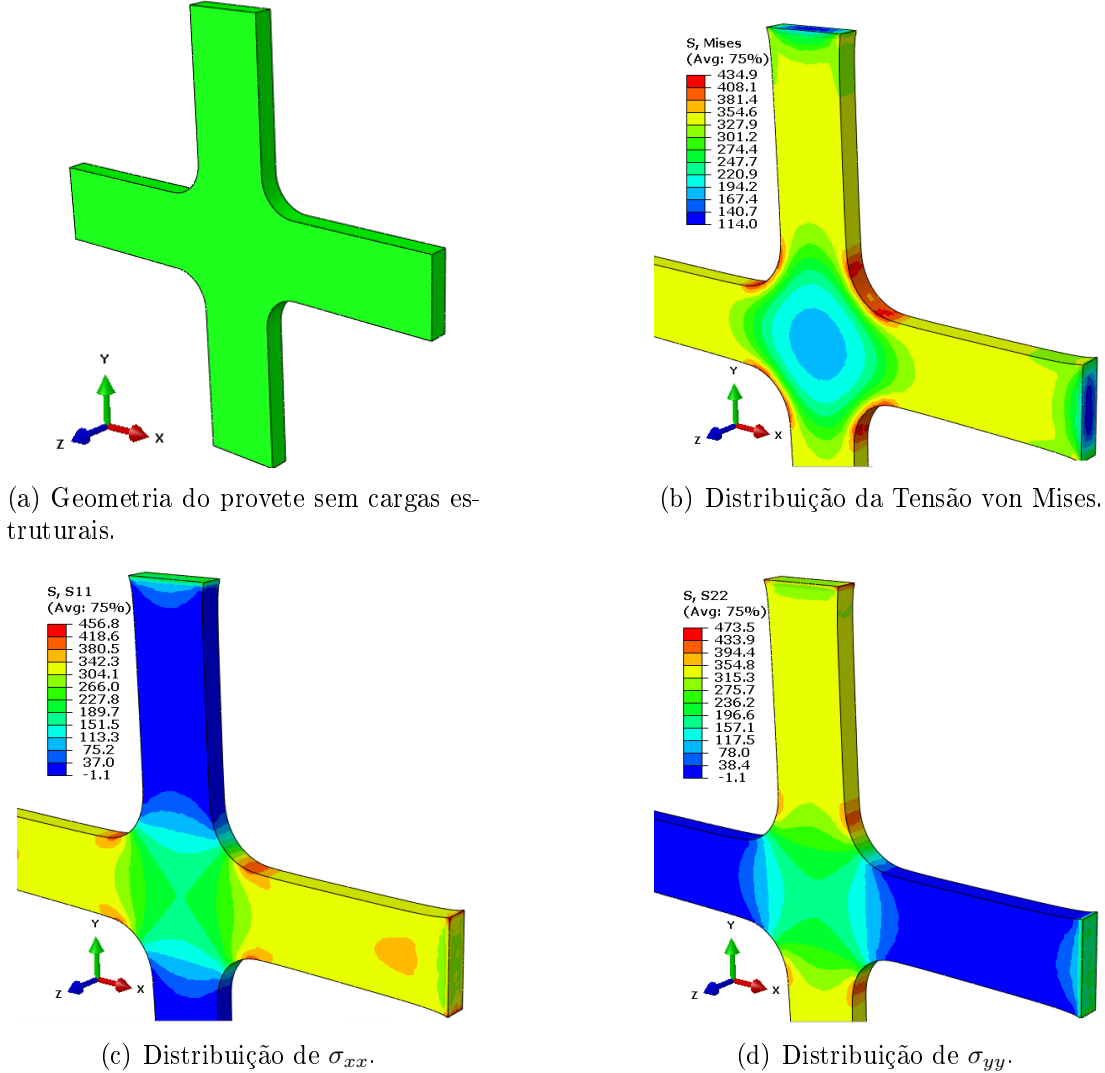


Figura 2.4: *Geometria 1A*

A *Geometria 2A*, representada na Figura 2.5(a), possui em cada face um rebaixo central, cada um com profundidade de 1.75 mm e diâmetro de 15 mm. Os braços e cada raio de concordância são constituídos por três arcos de circunferência, com a finalidade de reduzir a parte central do provete. No interior dos rebaixos a tensão de von Mises é relativamente elevada e distribui-se quase uniformemente. Todavia, as tensões mais críticas concentram-se novamente nos raios de concordância, próximo da região de menor largura do braço do provete. Verifica-se algo semelhante para as tensões  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$ . Relativamente à geometria anterior, a

diminuição da secção dos braços próxima dos raios de concordância, aumentou a concentração das tensões críticas, e consequentemente a probabilidade de rutura fora da zona desejada.

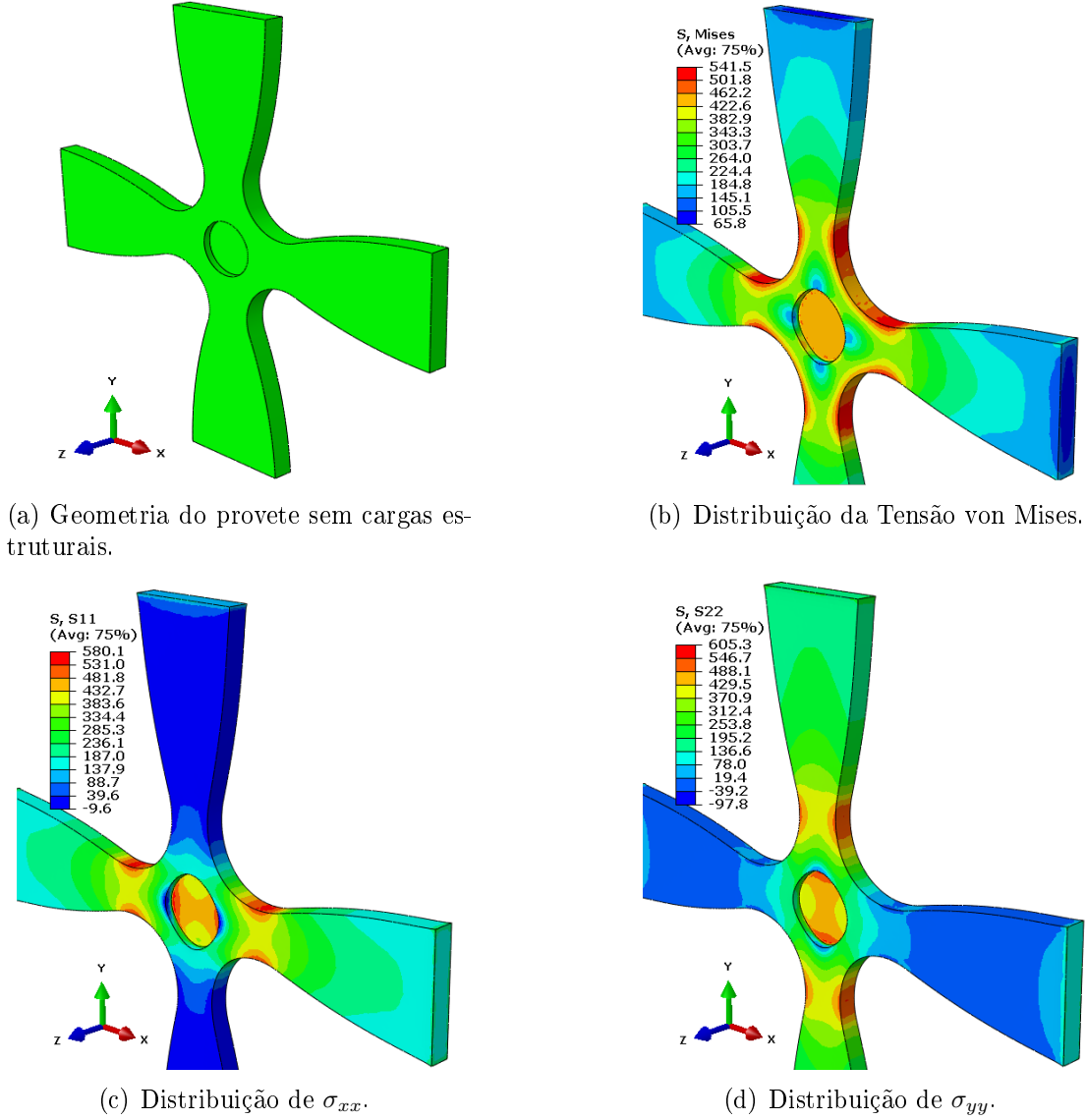
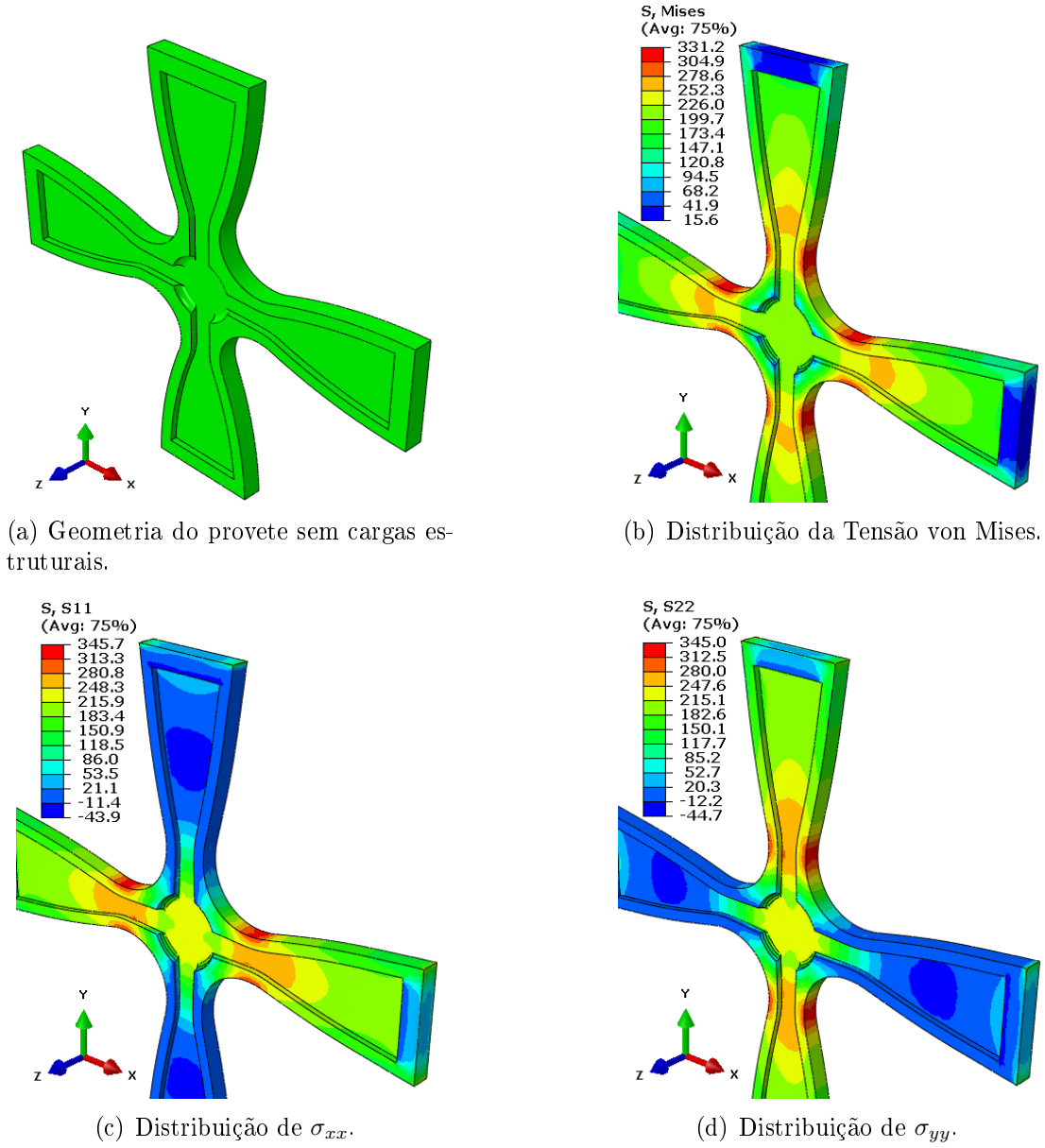


Figura 2.5: *Geometria 2A*

A amostra da Figura 2.6(a), apresenta dois rebaiços de 1.75 mm de profundidade, que se prolongam do centro até aos quatro braços do provete. No centro existem quatro boleados de raio 1.75 mm. Os raios de concordância são idênticos aos do provete anterior. Os rebaiços de profundidade constante e os boleados no centro do provete, não diminuem a concentração das tensões máximas de von Mises na secção mais reduzida dos braços, Figura 2.6(b). As Figuras 2.6(c) e 2.6(d), mostram que as distribuições de  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$ , seguem tendências semelhantes.

Figura 2.6: *Geometria 3A*

A *Geometria 4A*, Figura 2.7(a), foi modelada com dois rebaiços em cada face. O rebaixo dos braços com largura de 10 mm e 1 mm de profundidade, apresenta quatro chanfros na zona central. No centro situa-se o rebaixo boleado, com profundidade de 0.75 mm e diâmetro de 20.5 mm. Os raios de concordância e os braços são formados através de três arcos de circunferência, que permitem aumentar a zona central do provete. O aumento da zona central do provete, faz com que as tensões mais elevadas de von Mises se situem na zona adjacente aos raios de concordância, promovendo a rutura transversal nos braços do provete. Como se pode visualizar nas Figuras 2.7(c) e 2.7(d), o mesmo efeito acontece em relação às

tensões  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$ .

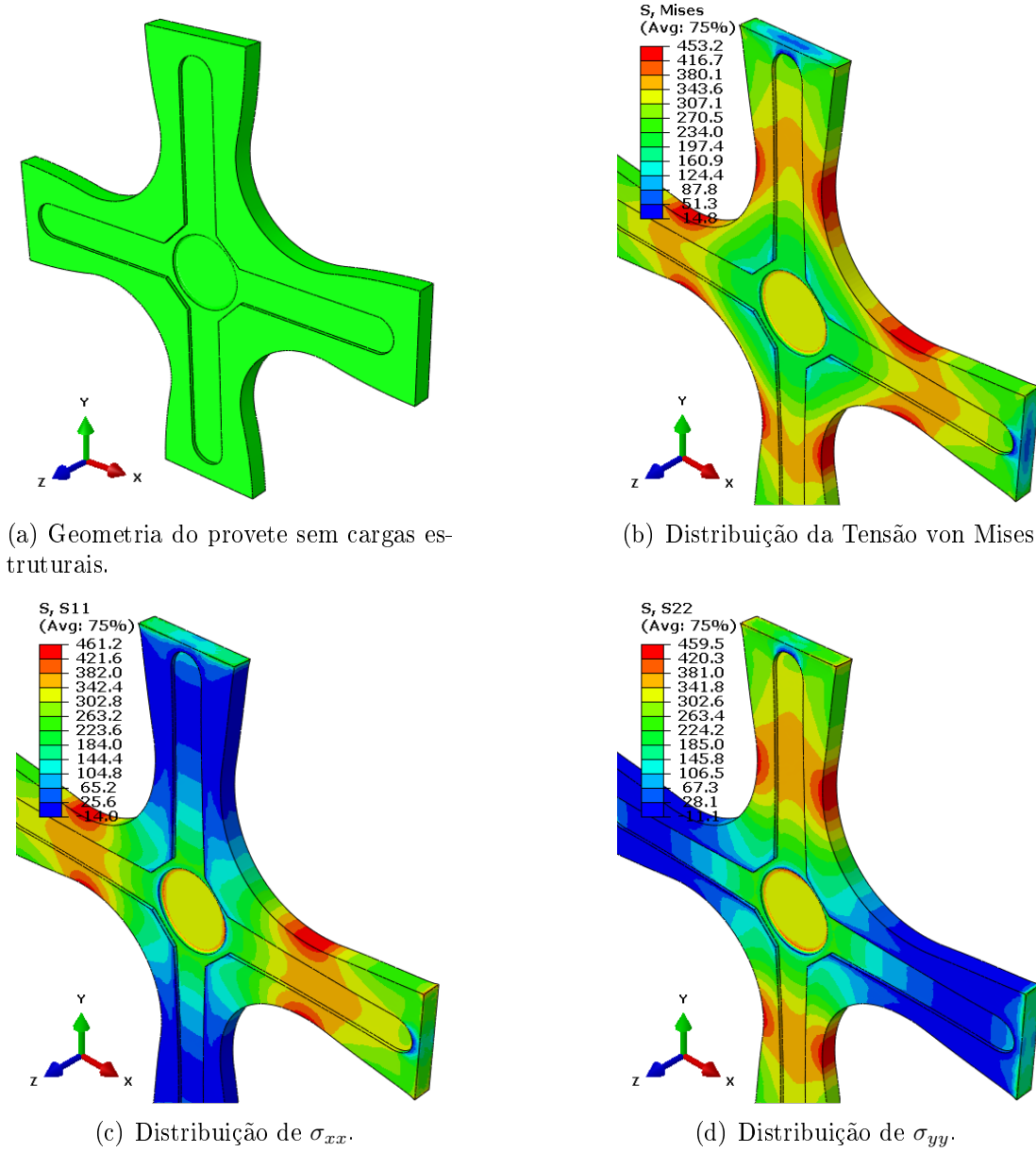


Figura 2.7: *Geometria 4A*

A amostra da Figura 2.8(a), tem no centro dois rebaixos boleados com a forma aproximada de losango e profundidade de 0.75 mm. Os rebaixos nos braços, com 10 mm de largura e 1 mm de profundidade, têm no centro quatro chanfros. Os raios de concordância de 11 mm, permitem que os braços tenham largura constante. As tensões mais elevadas de von Mises, aproximadamente com a mesma intensidade, concentram-se nos raios de concordância, no interior dos dois rebaixos do losango, e parcialmente nos rebaixos dos braços, Figura 2.8(b). As tensões  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  mais



elevadas, também se concentram no interior dos rebaiços do losango, assim como em grande parte dos rebaiços dos braços, Figuras 2.8(c) e 2.8(d).

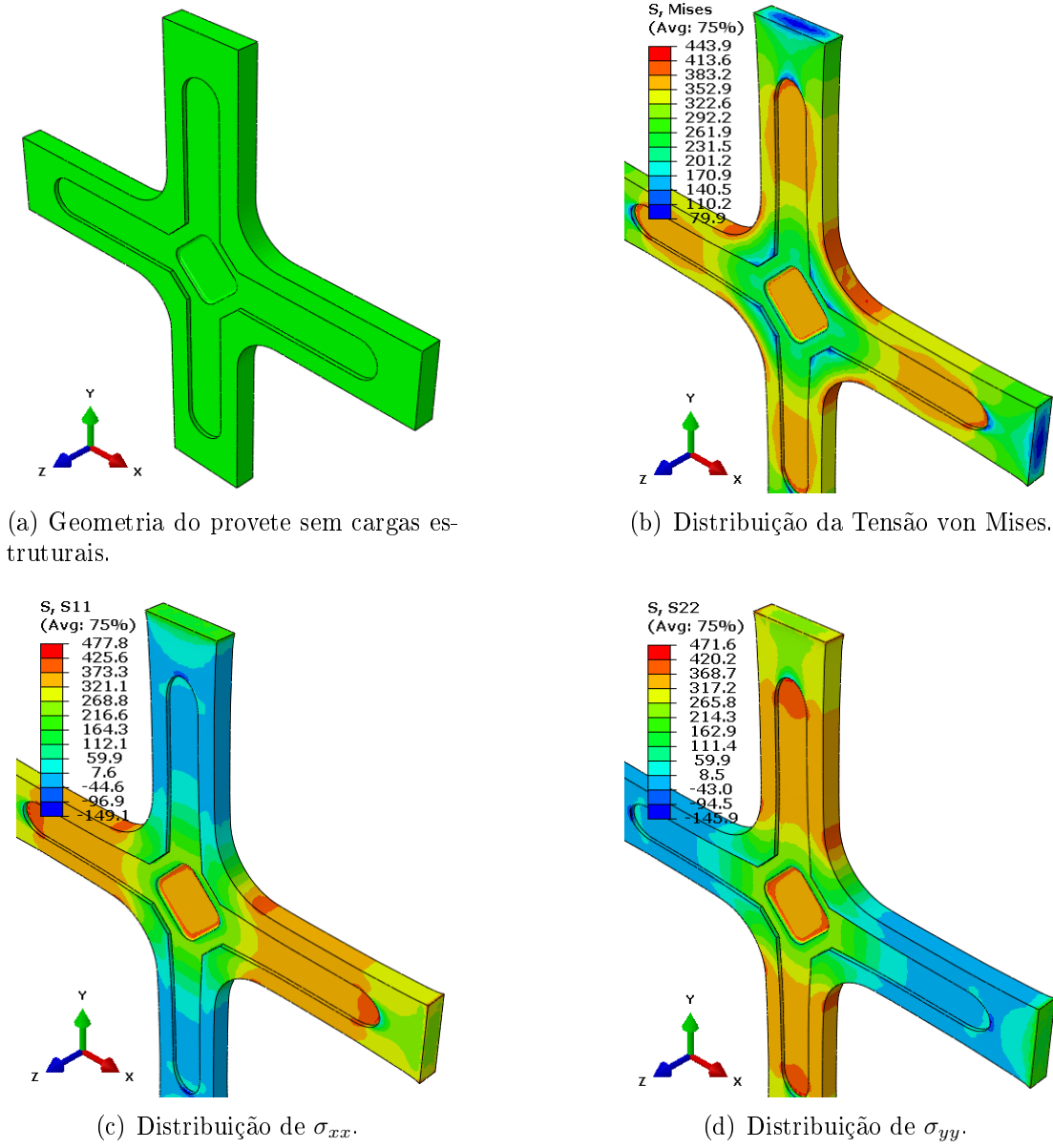


Figura 2.8: *Geometria 5A*

A *Geometria 6A*, representada na Figura 2.9(a), difere da *Geometria 5A*, apenas na forma dos rebaiços centrais, pois os rebaiços com forma de losango foram substituídos por rebaiços boleados com 18.5 mm de diâmetro.

Em relação à *Geometria 5A*, não existem alterações significativas nas distribuições das tensões, ou seja, as tensões máximas de von Mises concentram-se nos raios de concordância e nos rebaiços. O mesmo acontece às tensões  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$ , cujos máximos se localizam nos braços do provete segundo os eixos X e Y, respetivamente,

Figuras 2.9(c) e 2.9(d).

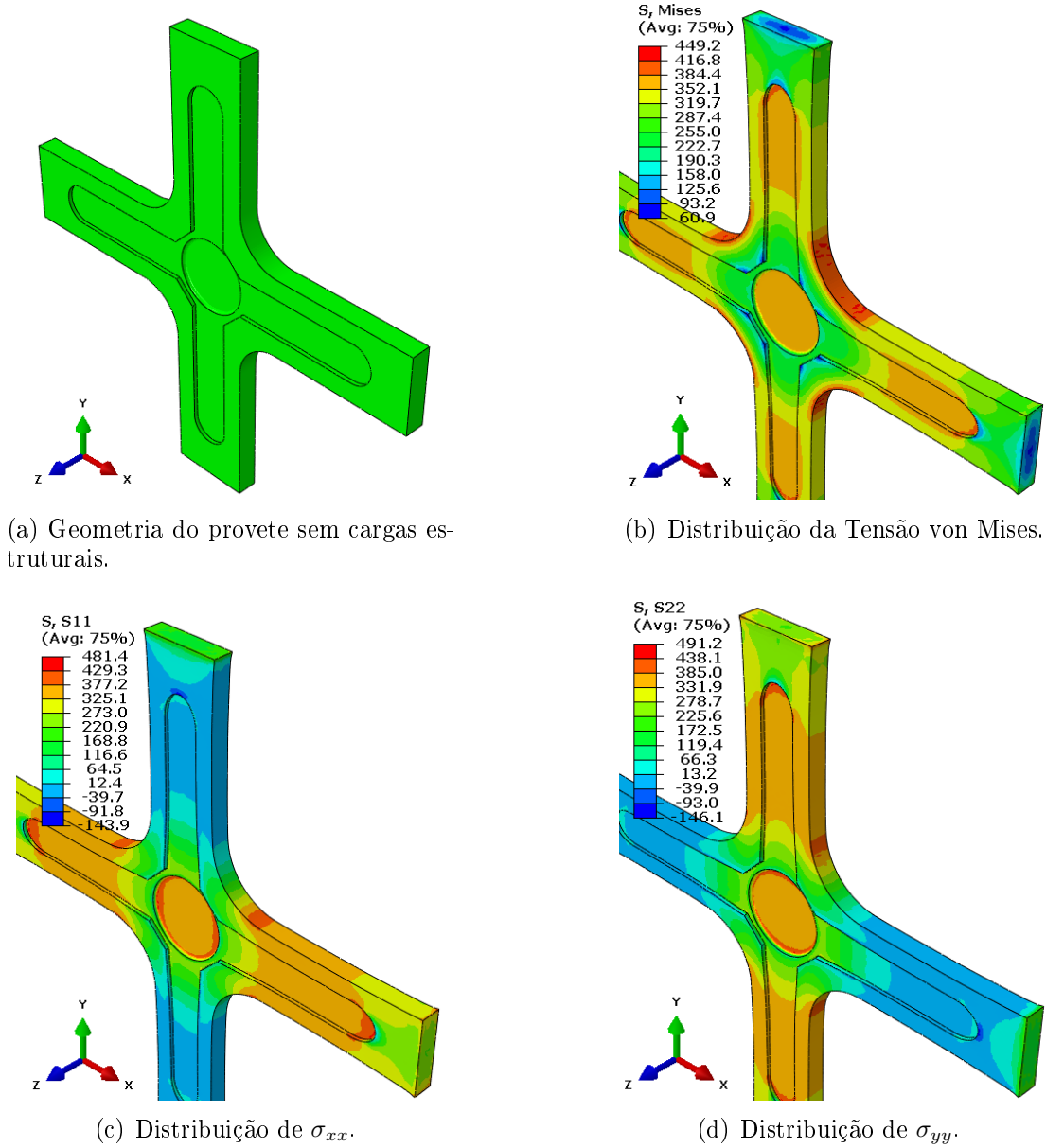


Figura 2.9: *Geometria 6A*

A seguinte amostra, Figura 2.10(a), tem rebaiços nos braços, com largura de 10 mm e profundidade de 1 mm, os quatro chanfros na zona central foram substituídos por quatro raios de 13 mm. Em relação às amostras apresentadas anteriormente, a dimensão dos rebaiços em forma de losango foi aumentada. No entanto, a profundidade manteve-se em 0.75 mm. A largura dos braços é de 20 mm e os raios de concordância são de 11 mm.

Em comparação com a *Geometria 6A*, a substituição dos raios de 13 mm na parte central dos rebaiços, não resulta em alterações significativas nas distribuições

das três tensões em análise, Figura 2.10.

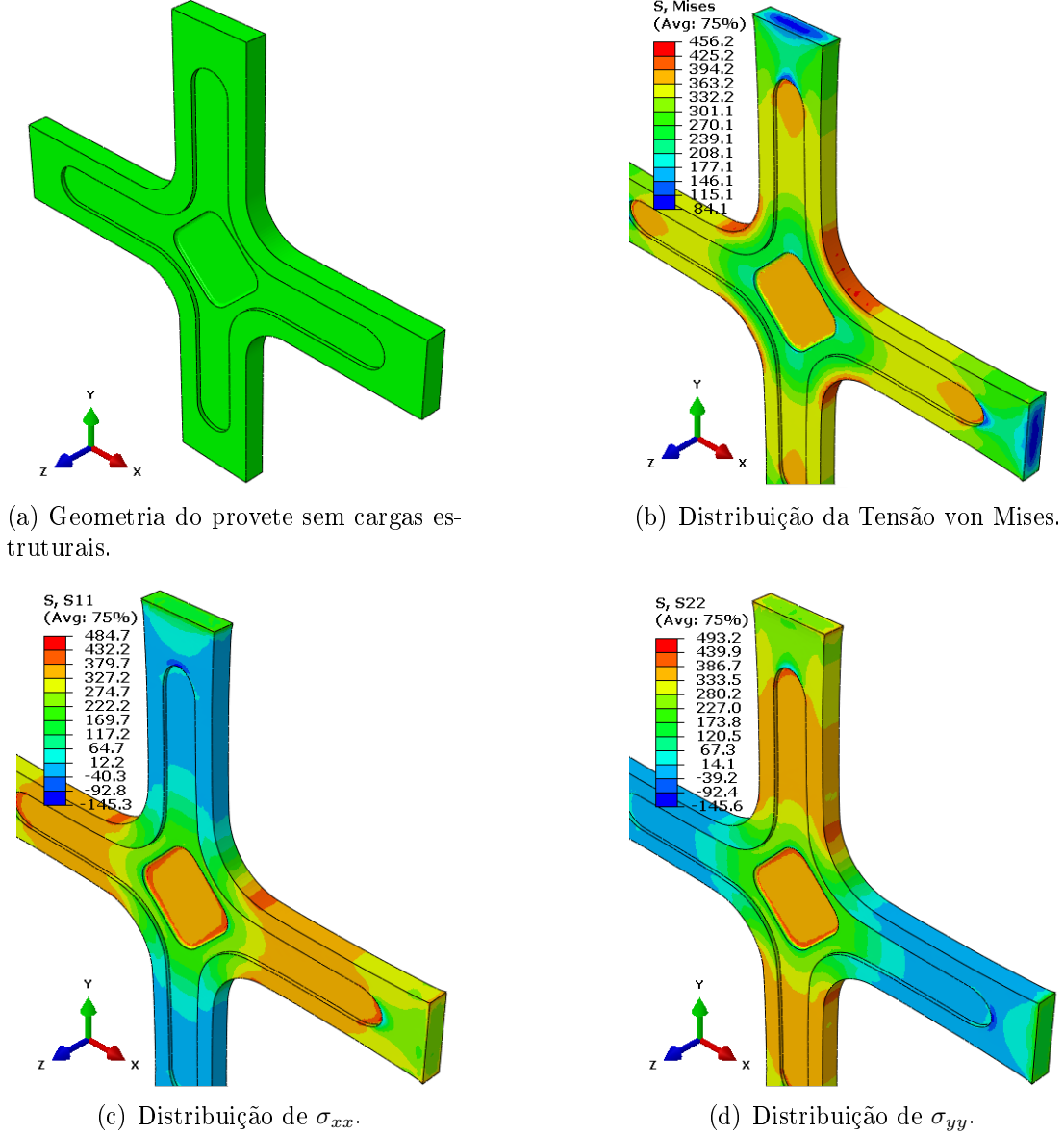


Figura 2.10: *Geometria 7A*

A amostra representada na Figura 2.11(a), é uma variante da geometria anterior, com a largura dos rebaixos nos braços modificada para 4 mm, a zona central teve de ser alterada com quatro raios de 23 mm, de modo a permitir o espaço suficiente para modelar os rebaixos boleados em forma de losango. A profundidade dos rebaixos dos braços e dos rebaixos centrais é de 1 mm e 0.75 mm, respetivamente. O centro e grande parte dos braços da amostra, apresentam o mesmo perfil de tensões de von Mises, isto é, nos raios de concordância concentram-se as tensões máximas, sendo estas superiores às tensões do centro do provete, Figura 2.11(b).

As Figuras 2.11(c) e 2.11(d), mostram que as tensões  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  têm picos nos braços e no interior dos rebaiços centrais.

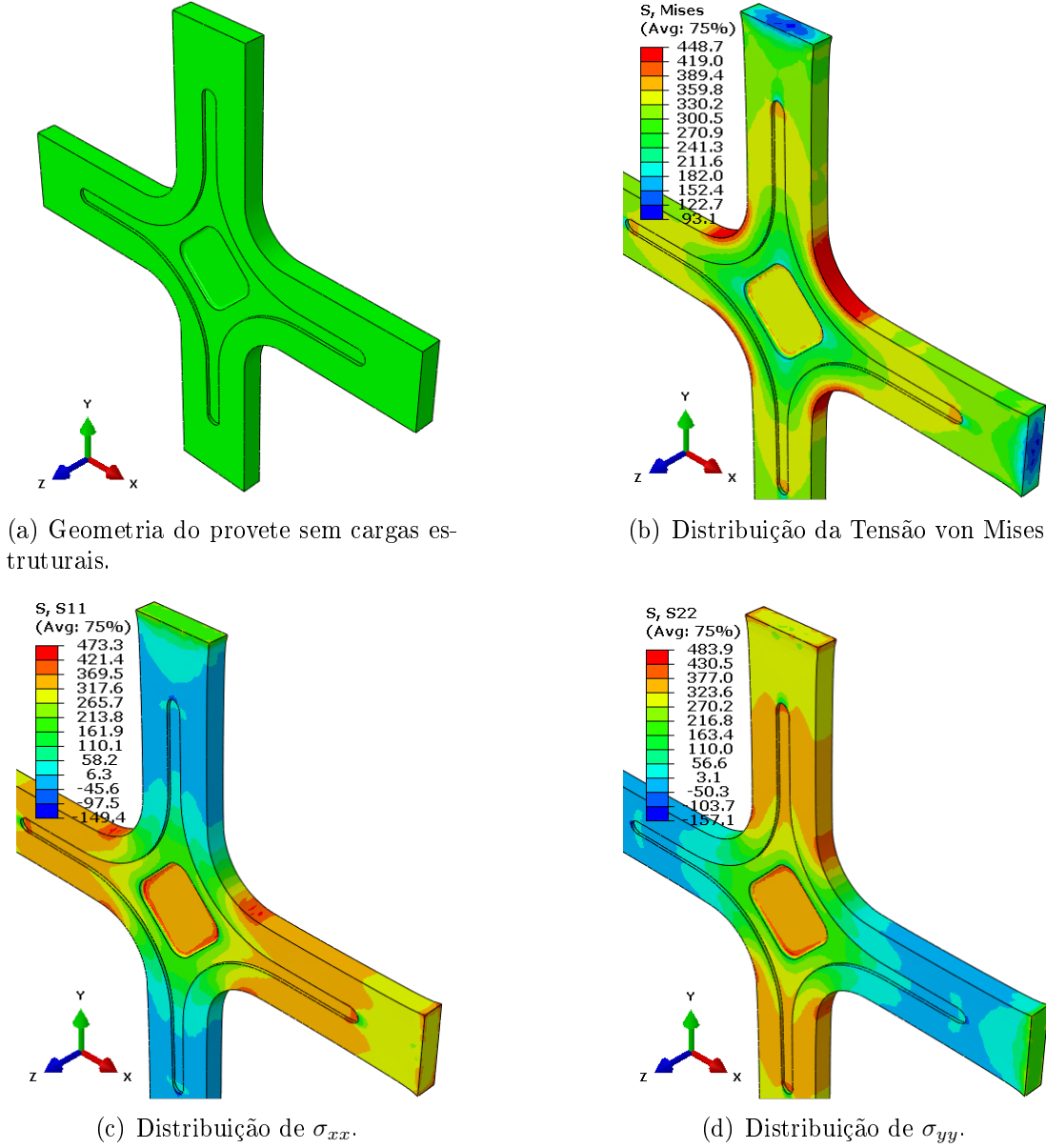


Figura 2.11: *Geometria 8A*

A *Geometria 9A* representada na Figura 2.12(a), foi modelada com a mesmas características geométricas e dimensionais da amostra anterior, exceto os rebaiços centrais que foram substituídos por rebaiços boleados com 20.5 mm de diâmetro. A distribuição da tensão de von Mises é uniforme e tem valores de tensões mais elevados nos rebaiços centrais, exceto nos raios de concordância onde se apresenta ligeiramente mais elevada. No entanto, em relação às amostras apresentadas anteriormente, as concentrações da tensão de von Mises nos raios de concordância são

menores nesta, como se pode verificar na Figura 2.12(b). A mesma figura mostra que as tensões nos braços do provete são inferiores em relação às dos rebaixos centrais, o que nem sempre se verificava nas amostras anteriores.

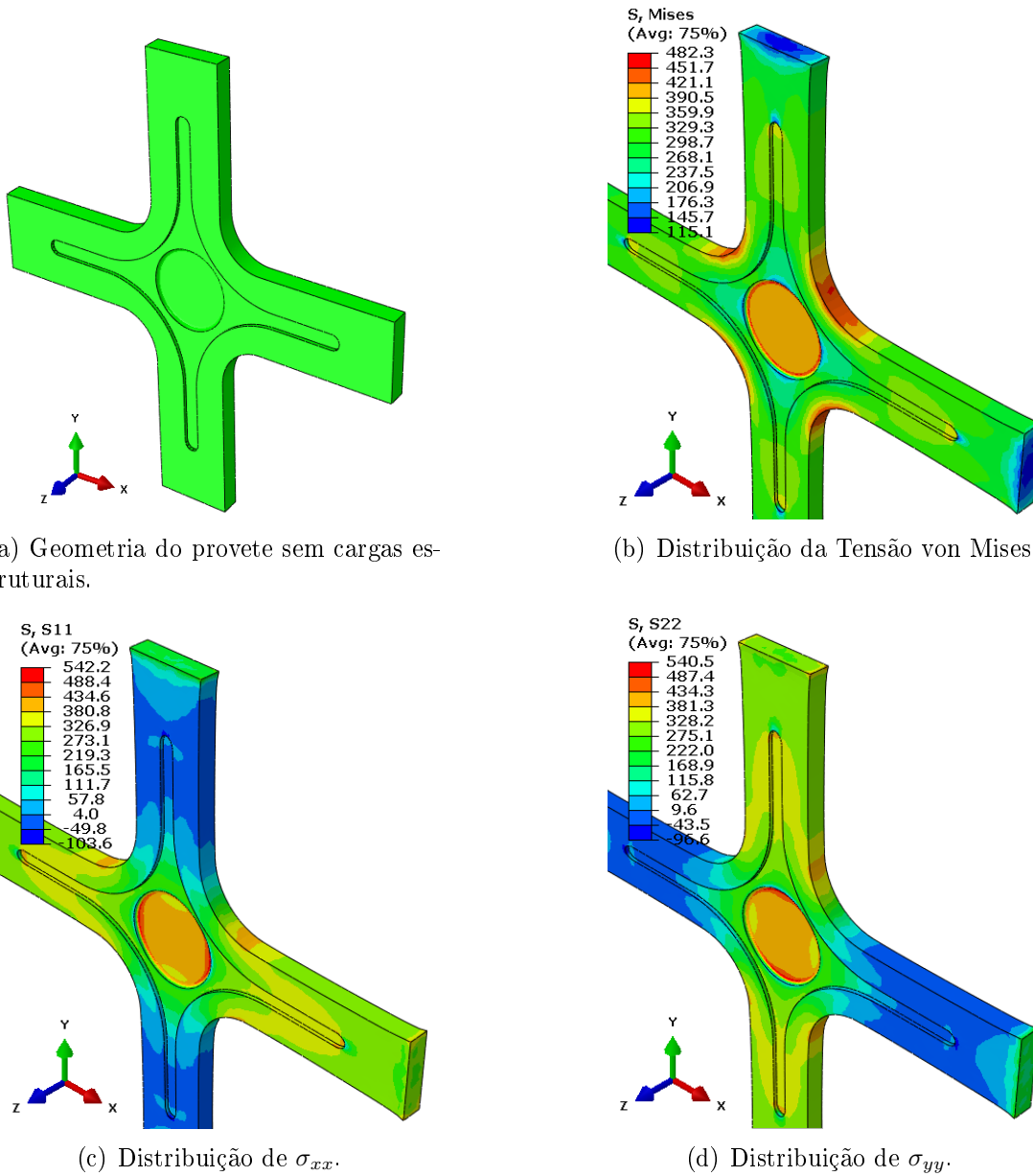


Figura 2.12: *Geometria 9A*

As distribuições das tensões  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  atingem picos nos rebaixos rebaixos centrais, mas são praticamente uniformes na zona central, Figuras 2.12(c) e 2.12(d). Esta é mais uma característica que torna a *Geometria 9A*, superior às anteriores.

### 2.2.2 Estudo de variantes da *Geometria 9A*

A etapa final da otimização consistiu em tentar melhorar os resultados da *Geometria 9A*, para tal efetuou-se uma análise mais pormenorizada de algumas características geométricas e dimensionais de ambos os rebaiços, tais como, os boleados, a largura e a profundidade. As dimensões dos braços do provete e dos raios de concordância não sofreram alterações. Modificar estas duas características da geometria em simultâneo com os rebaiços tornaria mais difícil avaliar a influência de cada característica nos resultados.

Para melhor compreensão da metodologia de otimização, as Figuras 2.13(a) e 2.13(b), apresentam as dimensões numa representação em perspetiva de 1/4 da amostra, com simetria nos planos XZ e YZ. Da modificação da *Geometria 9A* resultou a *Geometria 9.1A*, Figura 2.13(a), com profundidade de 0.75 mm e de 1 mm em cada rebaiço dos braços e central, respetivamente. Consequentemente, a *Geometria 9.1A* teve um aumento na espessura de 0.5 mm nos rebaiços dos braços, Figura 2.13. A alteração destas duas profundidades, não influenciou a espessura da parte central da amostra, que permaneceu em 1.5 mm.

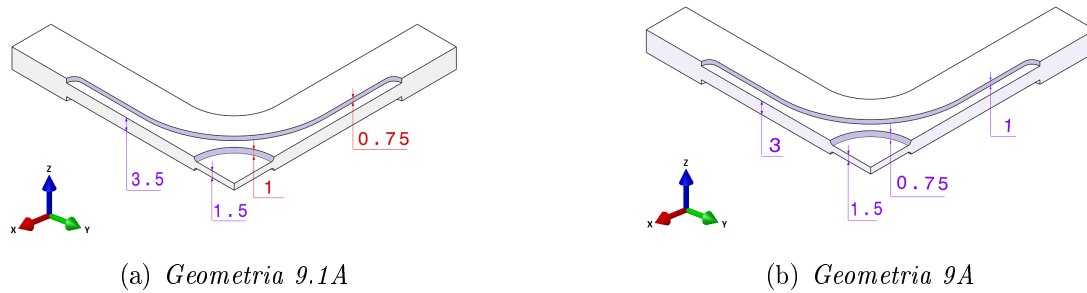


Figura 2.13: Alteração da profundidade dos rebaiços.

Em comparação com a *Geometria 9A*, a concentração da tensão de von Mises da *Geometria 9.1A* aumenta nos raios de concordância e próximo do boleado dos rebaiços centrais, Figura 2.14(a). O centro do provete apresenta duas intensidades diferenciadas de tensões de von Mises, característica de uma distribuição não uniforme.

A distribuição das tensões  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  nas duas geometrias são aproximadamente idênticas nos rebaiços centrais. Todavia, os rebaiços dos braços da *Geometria 9.1A* apresentam uma diminuição da intensidade das tensões normais, Figuras 2.14(b) e 2.14(c).

O acréscimo da espessura nos rebaiços dos braços em 0.5 mm induz um aumento significativo da tensão de von Mises nos raios de concordância e no rebaiço central do provete, e a distribuição de tensões de von Mises não é uniforme na zona central. Logo, estes resultados retiram interesse à *Geometria 9.1A*.

A *Geometria 9.2A*, Figura 2.15(a), tem como característica relevante um boleado com 1 mm de raio em torno de cada aresta superior do rebaiço dos braços. O boleado foi modelado através de uma ferramenta específica do *software CATIA*

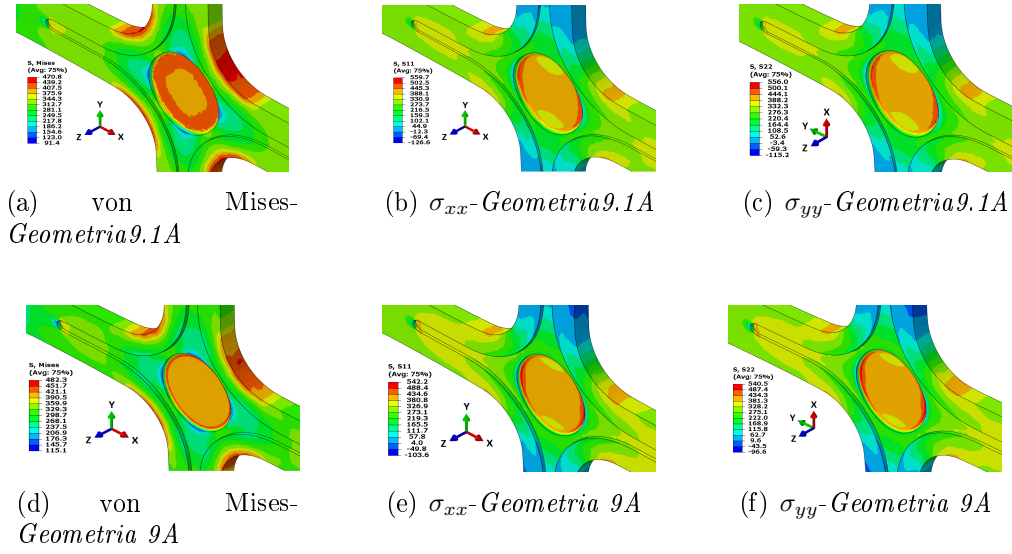


Figura 2.14: Distribuição de tensões - *Geometria 9.1A* e *Geometria 9A*

V5, em que o perfil estruturante com altura e raio de 1mm percorre a aresta superior do rebaixo, fazendo um boleado em corte (operação de subtração). Esta técnica de modelação possibilitou que altura do rebaixo e o raio do boleado tenham ambas dimensões de 1mm, definindo deste modo a tangência da extremidade do boleado com a superfície inferior do rebaixo.

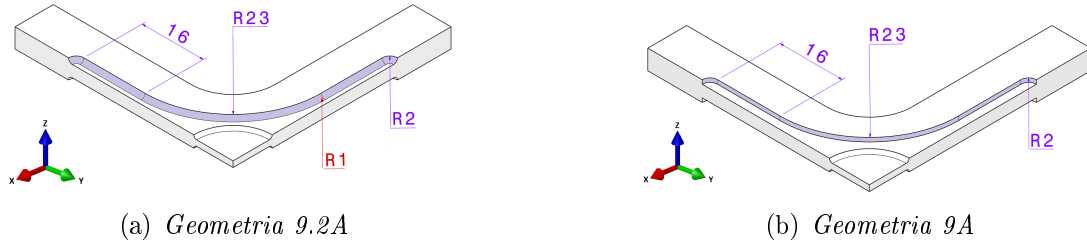


Figura 2.15: Introdução de boleado no rebaixo dos braços

O rebaixo central da *Geometria 9.2A*, Figura 2.16(a), proporciona uma tensão de von Mises uniforme e de intensidade similar à *Geometria 9A* na zona central. Contudo, os raios de concordância da *Geometria 9.2A* apresentam um ligeiro aumento da tensão. Por outro lado, os picos das tensões de  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  diminuem nos raios de concordância, mas as tensões tornam-se menores na zona central, onde têm distribuições marcadamente não uniformes. Assim, a *Geometria 9A* continua a ser a mais adequada.

A *Geometria 9.3A* representada na Figura 2.17(a), resultou da modificação das dimensões dos rebaiços dos braços. Os raios das extremidades dos rebaiços passaram de 2mm para 4mm, provocando um aumento da área de superfície dos

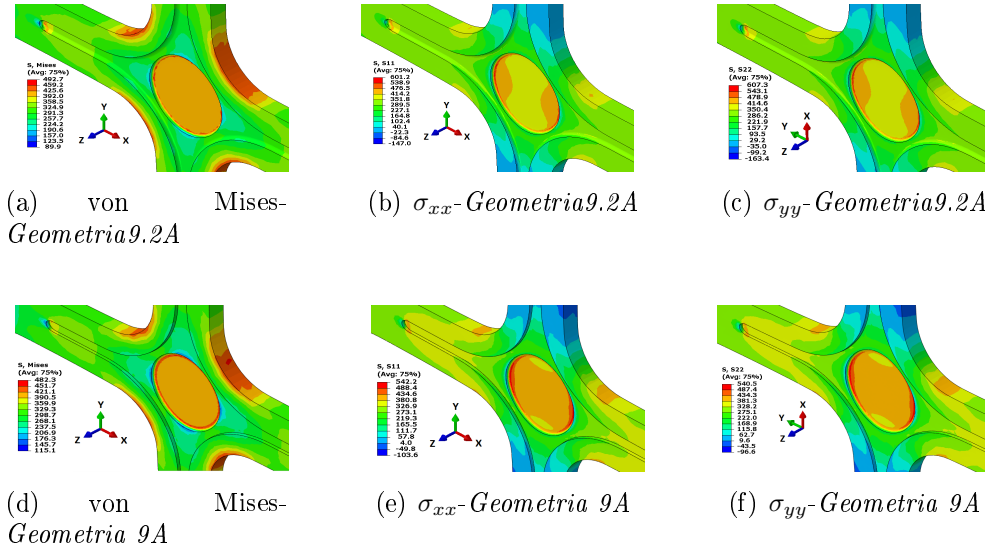


Figura 2.16: Distribuição de tensões - *Geometria 9.2A* e *Geometria 9A*

rebaixos. Esta alteração tem como objetivo duplicar a respetiva área dos rebaixos sem modificar a dimensão de 16 mm e o raio de 23 mm, Figura 2.17.

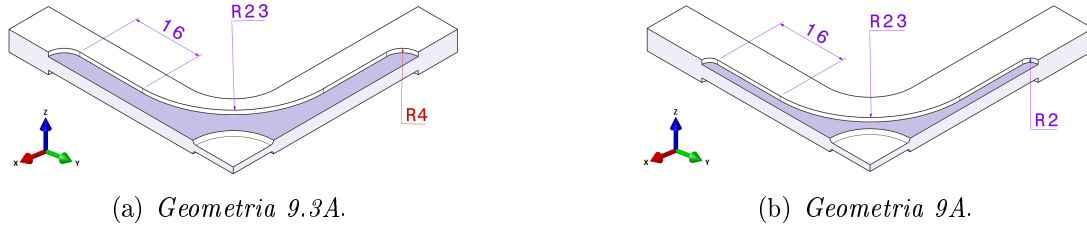


Figura 2.17: Alteração da dimensão no rebaixo dos braços

Em relação à *Geometria 9A*, a intensidade da tensão de von Mises na *Geometria 9.3A*, Figura 2.18(a), aumenta nos raios de concordância. Além disso, o centro da amostra apresenta uma distribuição da tensão de von Mises não uniforme e de intensidade inferior.

Observa-se nas Figuras 2.18(b) e 2.18(c), que a *Geometria 9.3A* apresenta intensidades de  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  próximas das atingidas na *Geometria 9.2A*. Deste modo, pode-se concluir que o aumento da área dos rebaixos dos braços não melhora os resultados da *Geometria 9A*.

Em cada rebaixo central da *Geometria 9A*, foi modelado um boleado com 0.75 mm de raio, resultando na *Geometria 9.4A* representada na Figura 2.19(a). Esta tem o mesmo diâmetro dos rebaixos centrais da *Geometria 9A*, mas sem os respetivos boleados.

A Figura 2.20(a) mostra que intensidade da tensão de von Mises é mais acentuada nos raios de concordância da *Geometria 9.4A*. Na mesma figura também



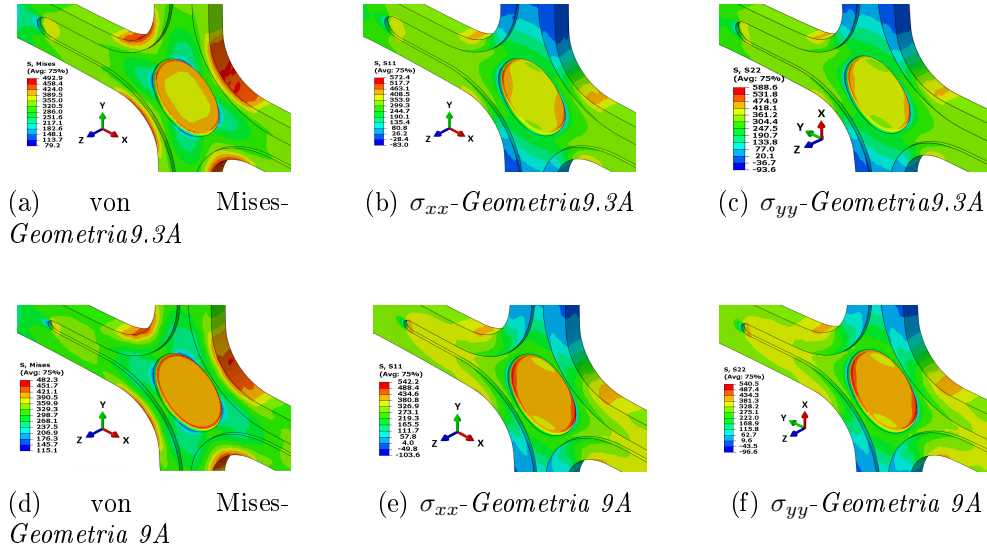
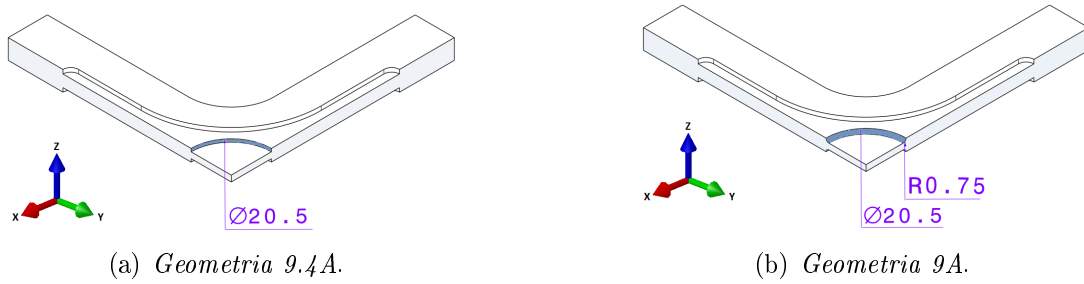
Figura 2.18: Distribuição de tensões - *Geometria 9.3A* e *Geometria 9A*

Figura 2.19: Rebaixos centrais sem boleado

se verifica que a zona central apresenta uma distribuição de tensão não uniforme, caracterizada por duas intensidades de tensão com o formato de coroa, uma mais elevada em torno do boleado e outra um pouco inferior no centro do rebaixo.

Os campos de tensões  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  nos rebaixos centrais da *Geometria 9.4A* apresentam intensidades mais elevadas relativamente à *Geometria 9A*. No entanto, a distribuição destas tensões são menos uniformes do que na *Geometria 9A*. As Figuras 2.20(b) e 2.20(c), mostram ainda picos das referidas tensões mais acentuados nos raios de concordância do que na *Geometria 9A*

Face aos resultados das quatro amostras estudadas neste capítulo, conclui-se que a *Geometria 9A* é a que melhor se aproxima dos requisitos necessários para a realização de ensaios biaxiais. Não obstante, nesta geometria a rutura pode ter início indesejado nos raios de concordância e propagar-se em direção ao centro da amostra, com orientação de 45° em relação aos eixos. Provetes como a *Geometria 9A* foram de facto obtidos de placas de polipropileno no centro de maquinagem CNC, e posteriormente sujeitos a ensaios experimentais.

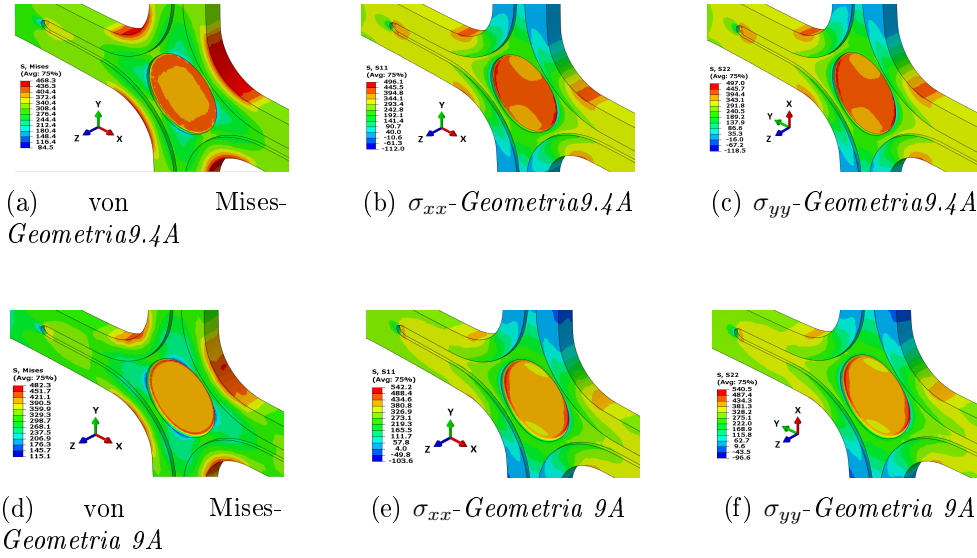
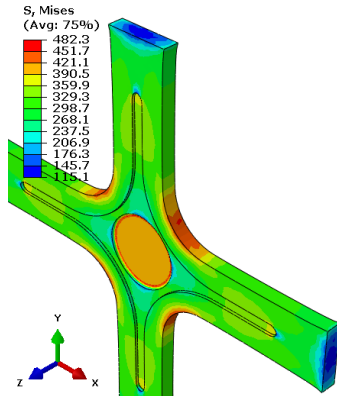


Figura 2.20: Distribuição de tensões - *Geometria 9.4A* e *Geometria 9A*

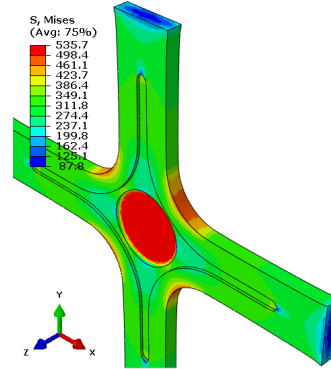
### 2.2.3 Análise do efeito da diminuição da espessura na zona central das amostras

As seguintes simulações numéricas foram efetuadas com o intuito de avaliar as distribuições de tensões na amostra quando se diminui a espessura na zona central. No processo de modelação das amostras, não se alterou a espessura máxima de 5 mm, mas a profundidade dos rebaios centrais foi alterada de 0.75 mm para 1 mm, de modo a reduzir a espessura no centro das amostras para 1 mm. As Figuras 2.21 e 2.22, mostram as distribuições de tensões nas *Geometria 9A* e *Geometria 9B*, cada amostra apresenta espessuras no centro de 1.5 mm e 1 mm, respetivamente. Na Figura 2.22, torna-se evidente que a intensidade das três tensões aumenta significativamente no centro da *Geometria 9B*, e que os rebaios dos braços apresentam uma diminuição da intensidade de tensão. No entanto, a distribuição da tensão de von Mises nos raios de concordância, Figura 2.22(a), praticamente não apresenta qualquer alteração relevante em relação à *Geometria 9A*.

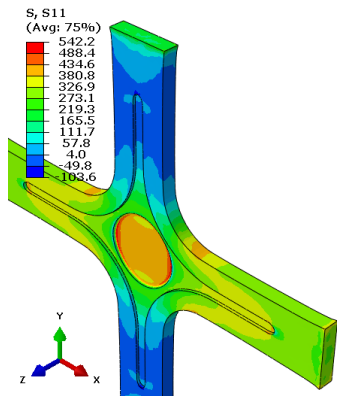
As figuras do *Apêndice A* ao *Apêndice G*, comparam os resultados de outras amostras com espessuras no centro de 1.5 mm e 1 mm. As distribuições de tensões nessas amostras prova que a diminuição de espessura nos rebaios centrais nem sempre implica uma melhoria considerável dos resultados. Ou seja, na maioria das amostras observa-se um aumento da intensidade das tensões na zona central, mas os raios de concordância apresentam frequentemente uma ténue redução de concentração de tensões.



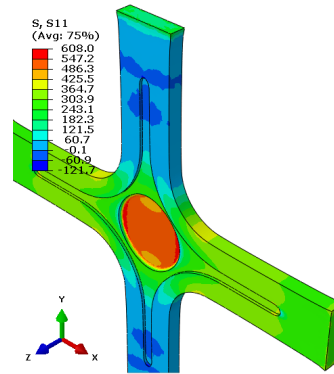
(a) Distribuição da Tensão von Mises.



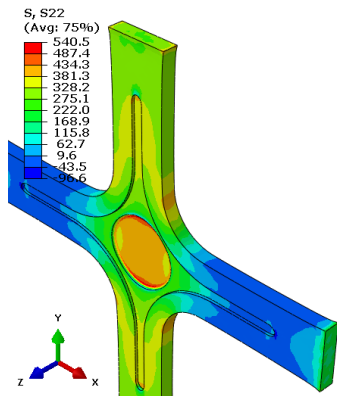
(a) Distribuição da Tensão von Mises.



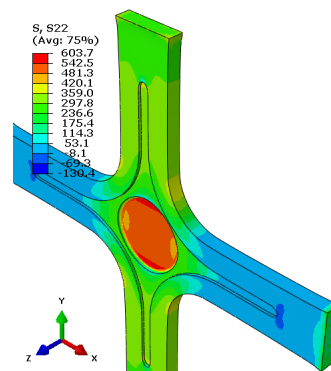
(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$



(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$



(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$ .



(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$

Figura 2.21: *Geometria 9A* - centro com 1.5mm de espessura

Figura 2.22: *Geometria 9B* - centro com 1mm de espessura



## Capítulo 3

# Comparação da simulação numérica com os resultados experimentais

Neste capítulo descreve-se a análise numérica detalhada da *Geometria 9A*, com destaque para os métodos utilizados para comparar resultados numéricos e experimentais. O processo de análise visou submeter o provete cruciforme a esforços biaxiais de tração com o objetivo de relacionar as forças exercidas nos braços com as extensões no centro da *Geometria 9A*.

### 3.1 Breve explicação dos ensaios experimentais.

Acompanhou-se os ensaios experimentais, que foram realizados no âmbito de uma outra Dissertação de Mestrado Integrado [10], na qual se desenvolveu o projeto e construção de uma máquina de ensaios biaxiais. A preparação dos ensaios experimentais iniciou-se com a calibração das células de carga. De seguida procedeu-se à centragem e ao alinhamento do sistema de amarração para assegurar que o provete era tracionado com um movimento sincronizado em todas as direções.

Para se obter os deslocamentos em ambas as direções, foram colocados no centro do provete quatro marcas óticas com 400  $\mu\text{m}$  de diâmetro, distanciados 10 mm entre si, Figura 3.1(a). Essa distância foi aferida através de um microscópio com resolução de 0.001 mm, de modo a obter-se a melhor exatidão possível. Depois de colocados os 4 pontos de referência, definiram-se as quatro zonas de amarração, que distam 40 mm da extremidade de cada braço da amostra, Figura 3.1(b).

A aquisição de dados foi feita por um vídeo-extensómetro que, associado a um *software*, possibilitou registar as posições de vários pontos durante o ensaio, fornecendo assim os dados necessários para calcular as extensões no centro do provete.

Um dos procedimentos fundamentais foi eliminar as pré-cargas exercidas no provete. Este tipo de cargas são provocadas pelo movimento nas cunhas das amarras durante a fixação do provete. De seguida, procedeu-se ao ajuste da lente de



Figura 3.1: Fotografias do provete cruciforme [10]: (a) Centro do provete com 4 pontos de medição das extensões. (b) Delimitação da zona de amarração.

focagem e ao posicionamento do tripé do vídeo-extensómetro, para possibilitar que o *software* referencie a distância entre os quatro pontos e os detete com nitidez.

Antes do início dos ensaios, foi definida a velocidade de 10 mm/min para ambos os eixos. Depois de inicializados os *softwares*, deu-se a ordem para os motores começarem o movimento que submeteu o provete a um esforço biaxial de tração. O critério definido para a paragem dos ensaios foi a visualização da estricção acentuada no provete.

## 3.2 Modelação numérica

### 3.2.1 Modelos numéricos e dimensões

Como foi descrito no capítulo anterior, a modelação e a simulação numérica da *Geometria 9A* envolveu o *software CATIA V5* e o *software ABAQUS*, respetivamente. As ferramentas de simulação do *software ABAQUS* permitem simplificar os modelos com simetria, de modo a reduzir o tempo de processamento da simulação e a agilizar a construção do modelo computacional.

Tendo em conta a simetria da *Geometria 9A* e do carregamento imposto, Figura 3.2(a), reproduziu-se apenas um oitavo do provete com simetria nos três planos, Figura 3.2(b). A Figura 3.2(c), representa o modelo do sistema de amarração utilizado nos ensaios experimentais. No entanto, no modelo usado na simulação só se reproduziu em cada braço do provete, metade de uma cunha de amarração. Como o provete possui simetria em relação aos três planos de referência, as cunhas de amarração não necessitam de simetria, Figura 3.2(d). As duas cunhas de amarração foram modeladas como um corpo rígido do tipo *discrete rigid*. Este corpo foi inicialmente modelado como um sólido e depois convertido em "*shell*", o que reduz significativamente o tempo de processamento da simulação.

Para se definir a zona de amarração foi necessário fazer uma partição de 40mm em cada braço do provete. A Figura 3.2(d) mostra as duas cunhas de amarração em contacto, e devidamente posicionadas nas respetivas partições.

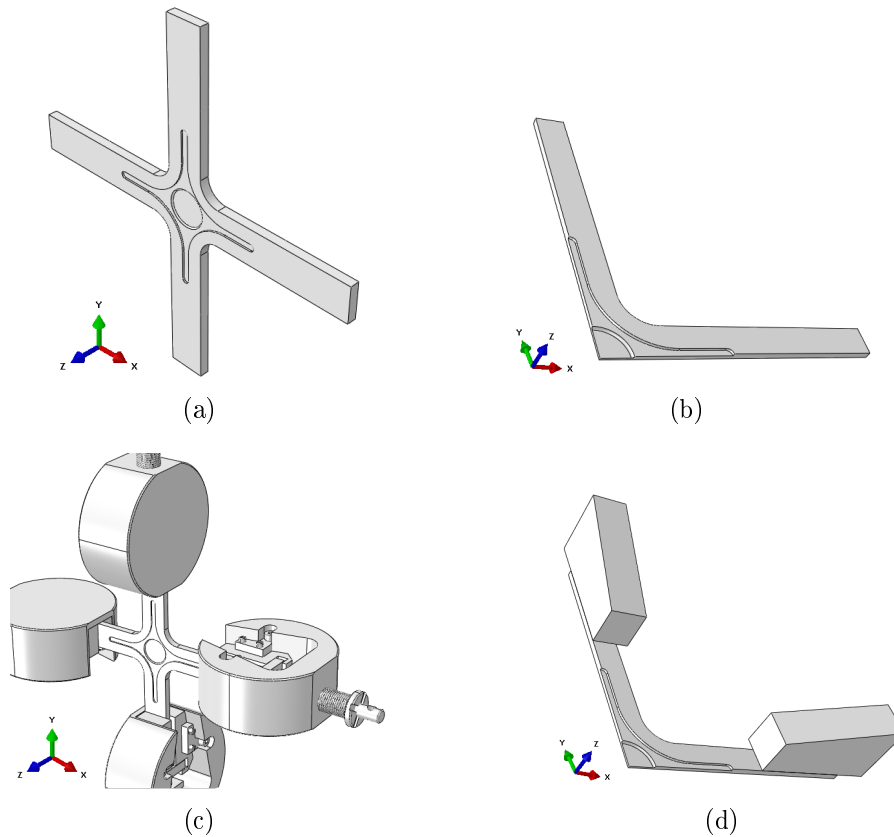


Figura 3.2: Modelos equivalentes: (a) provete inteiro. (b) 1/8 do provete com simetria nos 3 planos (c) Sistema completo de amarração. (d) 1/8 do provete com 2 cunhas de amarração

A geometria das cunhas de amarração utilizadas na simulação numérica foi simplificada, Figura 3.2(d), na medida em que só é relevante a dimensão da superfície inferior da cunha. Esta deve ser suficiente para efetuar o contacto completo com a zona de amarração do provete.

A Figura 3.3, mostra a representação ortográfica e as dimensões que foram usadas para definir a *Geometria 9A*. Estas especificações serviram de suporte para a produção do provete no centro de maquinagem CNC.

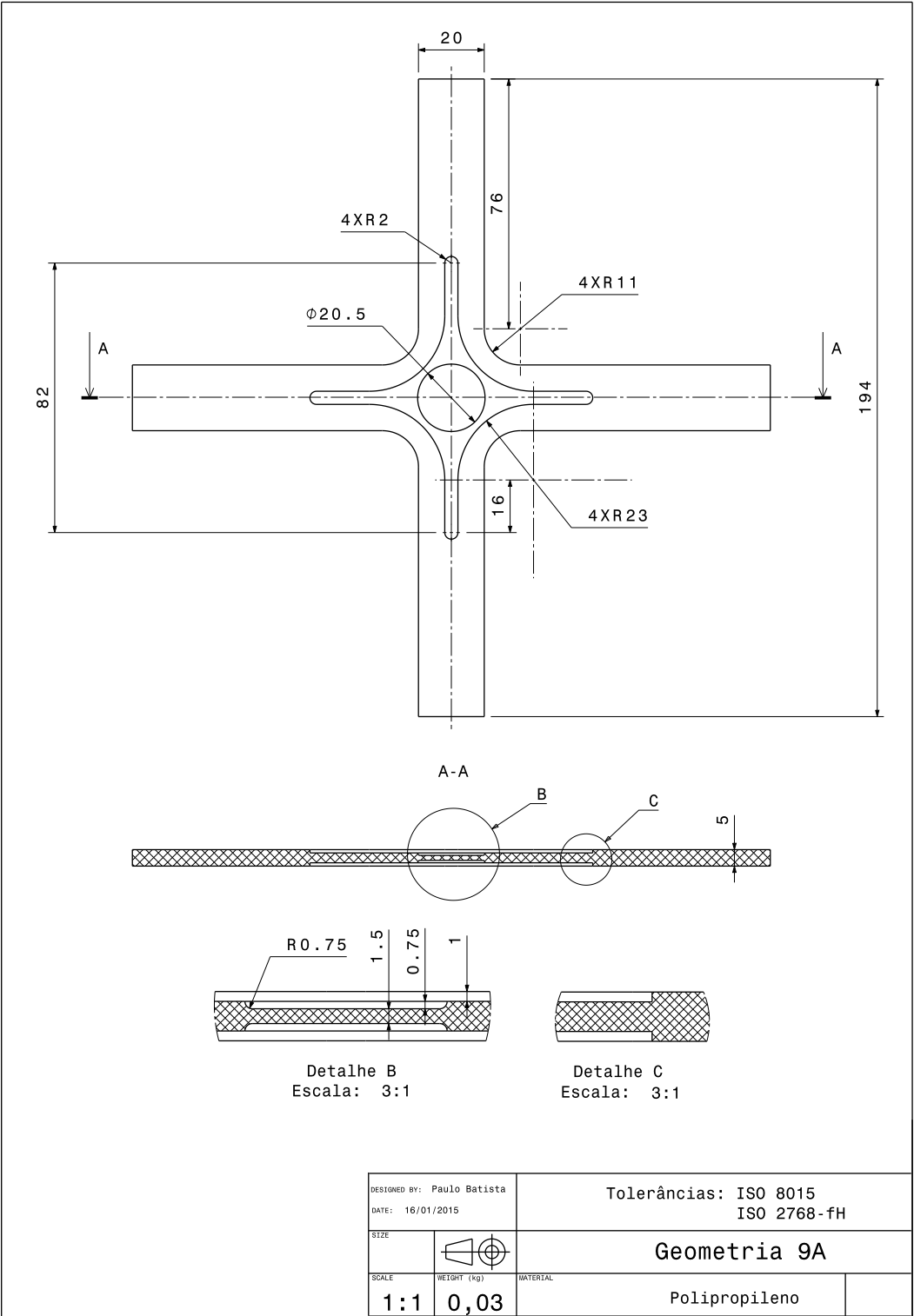


Figura 3.3: Vistas e dimensões da *Geometria 9A*.



### 3.2.2 Caraterização do material

Para definir o comportamento elástico do provete cruciforme, modelou-se o material como homogêneo e isotrópico, com um coeficiente de Poisson  $\nu = 0.42$  e um módulo de elasticidade  $E = 1730$  MPa. Estes parâmetros foram obtidos através de ensaios uniaxiais de tração com provetes retangulares de polipropileno [6].

O modelo Drucker-Prager foi utilizado para descrever o comportamento plástico do polipropileno, este modelo de plasticidade é adequado para polímeros que possuem um comportamento viscoelástico [11]. Para se definir o modelo de Drucker-Prager no *software ABAQUS*, são necessários três parâmetros: o ângulo de fricção interna  $\beta$ , o ângulo de fluxo interno  $\psi$ , e o rácio de fluxo de tensão  $K$ .

Associado ao modelo de plasticidade, definiu-se o comportamento do material como perfeitamente plástico. Considerou-se a tensão de cedência igual à tensão de rutura à tração  $\sigma_{ut}$ , no regime plástico. Este comportamento revelou ser uma boa aproximação à curva tensão-deformação obtida nos ensaios uniaxiais de tração [6]. Os ensaios experimentais de compressão [6], permitiram medir a tensão de rutura à compressão  $\sigma_{uc}$ . Estes valores foram usados para calcular o ângulo de fricção interna  $\beta$  [11] :

$$\beta = \arctan \left( 3 \frac{\left( \frac{\sigma_{uc}}{\sigma_{ut}} \right) - 1}{\left( \frac{\sigma_{uc}}{\sigma_{ut}} \right) + 1} \right) \quad (3.1)$$

Considerou-se um fluxo associado na superfície de plasticidade, o que implica que  $\psi$  tenha o mesmo valor de  $\beta$ . A escolha deste critério teve em conta o postulado de estabilidade de Drucker que demonstra matematicamente que o comportamento do material é mais estável, quando representado com fluxo associado [12]. Ao rácio de fluxo de tensão  $K$  foi atribuído o valor 1, o que significa que se existe fluência [13], ela ocorre segundo uma força constante, em função do tempo e de uma determinada temperatura.

A Tabela 3.1 resume os parâmetros utilizados no programa *ABAQUS* para definir as propriedades do material.

Tabela 3.1: Parâmetros usados na caraterização do material

Comportamento elástico		Comportamento plástico - Drucker-Prager				
$\nu$	E [MPa]	$\beta$ [°]	$\psi$ [°]	$K$	$\sigma_{uc}$ [MPa]	$\sigma_{ut}$ [MPa]
0.42	1730	38.5	38.5	1	56.3	32.6

### 3.2.3 Discretização dos modelos

#### 3.2.3.1 Provete cruciforme

Na discretização do provete foram utilizados elementos hexaédricos quadráticos de 20 nós com integração reduzida, C3D20R. Estes elementos permitem obter a distribuição de tensões com maior precisão do que os usados na seleção da geometria. As ferramentas de discretização do *software* não permitem a geração automática de malha hexaédrica em geometrias complexas. Para superar esta limitação, foram feitas várias partições, de modo a construir uma malha estruturada que se adequasse aos contornos geométricos mais complexos do provete.

A Figura 3.4, mostra a malha de elementos finitos aplicada no provete. Nas zonas de amarração a malha tem um nível de refinamento mais grosseiro. Esta região, para além de não apresentar particularidades geométricas relevantes, também não é a mais importante na análise de resultados. Nos rebaixos dos braços e nos raios de concordância, as dimensões das arestas dos elementos são aproximadamente de 1mm. Como estas regiões apresentam concentrações de tensão relevantes, necessitam de uma malha mais refinada.

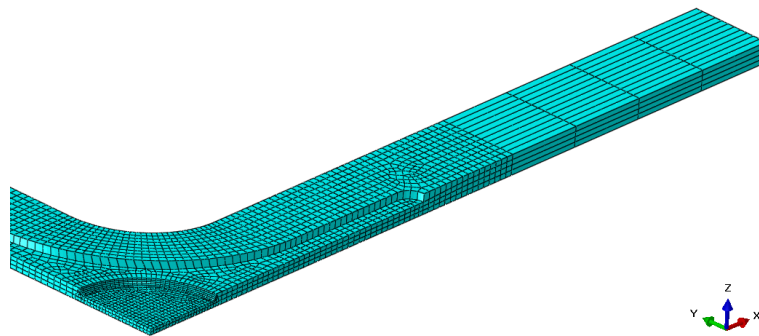


Figura 3.4: Discretização do provete em elementos finitos hexaédricos

No rebaixo central situa-se a zona de medição, na qual se faz a aquisição dos deslocamentos nodais e das concentrações de tensão. Devido a esta importante característica, foi feito o estudo de convergência da malha com o objetivo de definir o comprimento da aresta do elemento que garanta o equilíbrio entre o tempo de processamento da simulação e a precisão dos resultados.

No estudo da convergência da malha foram feitas três simulações numéricas. Nos rebaixos centrais foram implementadas três dimensões de elementos, Figura 3.5. Nas restantes regiões do provete, manteve-se as dimensões dos elementos descritas anteriormente, visto que seria demasiado dispendioso a nível computacional discretizar a maior parte do provete com malha excessivamente refinada.

Em cada simulação foi criado em toda a espessura do rebaixo central, um *set* de elementos diretamente da malha tridimensional, para que no pós-processamento se obtivessem a concentração das tensões nos pontos de integração. De seguida foi imposto um deslocamento nos braços do provete, submetendo-o ao regime plástico.

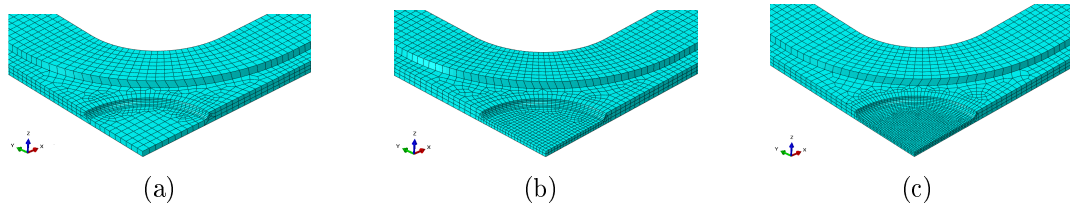


Figura 3.5: Diferentes dimensões dos elementos nos rebaixos centrais: (a) Elementos com aresta de 1 mm. (b) Elementos com aresta de 0.5 mm. (c) Elementos com aresta de 0.25 mm.

Na Figura 3.6, estão representados os três gráficos que relacionam os resultados das tensões de von Mises,  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  com as três dimensões das arestas dos elementos, em três incrementos da simulação. Na legenda dos gráficos está identificado um incremento inicial, um incremento intermédio e o final. Desta forma, é possível comparar a distribuição das três tensões ao longo das etapas das simulações numéricas.

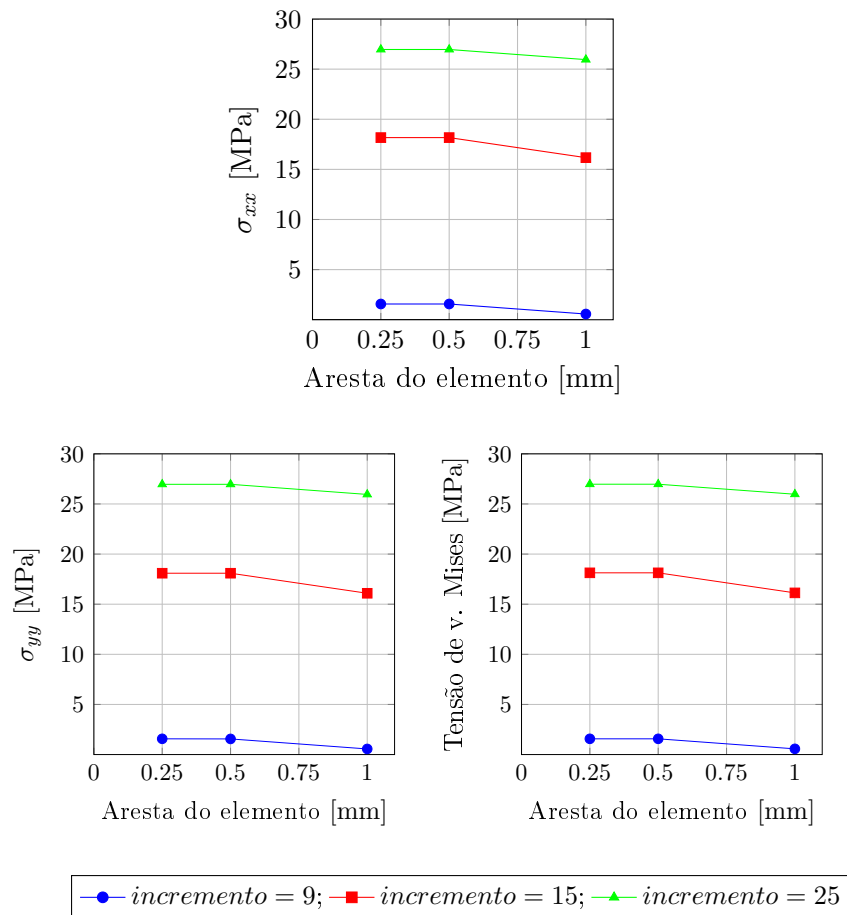


Figura 3.6: Efeito do refinamento da malha nas tensões máximas

Através da análise dos gráficos da Figura 3.6 pode-se concluir que nos três incrementos das simulações, os valores das três tensões se mantêm constantes para os elementos de aresta com 0.5 mm e 0.25 mm. Perante estes resultados, optou-se por discretizar os rebaixos centrais em elementos com aresta de 0.5 mm. Esta dimensão representa um bom compromisso entre o tempo de processamento e a precisão dos resultados pretendidos. Às restantes partes do provete foram atribuídos elementos finitos com aresta média de 1 mm, exceto nas zonas de amarração. Nessa parte a malha possui um nível de refinamento mais grosseiro. Deste modo, a malha tridimensional aplicada na totalidade do provete, representada na Figura 3.4, é composta por 6988 elementos hexaédricos e 36123 nós.

### 3.2.3.2 Cunhas de amarração

As cunhas de amarração foram modeladas como um corpo rígido do tipo *discrete rigid*. Neste caso, só é possível realizar a construção da malha se o corpo for convertido em *shell*, esta característica permitiu a discretização das cunhas de amarração em elementos quadriláteros lineares com 4 nós, R3D4.

### 3.2.4 Condições de fronteira e restrições

Como o provete foi modelado na forma de um oitavo da sua geometria total, é necessário garantir que as três superfícies de simetria tenham as condições de fronteira que representem o provete na totalidade.

A Figura 3.7, mostra as três superfícies do provete com simetria em relação aos respetivos planos de referência. A superfície de cor azul tem simetria em relação ao plano XY, com deslocamentos e rotações segundo  $U_z=UR_x=UR_y=0$ . A superfície de cor verde apresenta simetria em relação ao plano XZ, com  $U_y=UR_x=UR_z=0$ . À superfície de cor vermelha foi atribuída simetria em relação ao plano YZ, com  $U_x=UR_y=UR_z=0$ .

Foi aplicado um deslocamento de 7 mm no *reference point* em cada uma das cunhas de amarração, Figura 3.7, de modo a provocar um movimento de translação que tracionasse o provete segundo as direções e o sentidos positivos dos eixos X e Y. No mesmo nó de referência, foram restringidas as rotações das cunhas de amarração em torno dos três eixos. O deslocamento de translação imposto no nó que contém o *reference point* é equivalente ao deslocamento aplicado a todo o corpo das cunhas de amarração, característica exclusiva dos corpos rígidos.

No contacto entre as cunhas e as zonas de amarração do provete foi utilizada uma restrição do tipo *tie*, que permite que as duas superfícies em contacto estejam perfeitamente vinculadas. Isto é, as duas superfícies que estão em contacto definem uma ligação rígida, impondo que os nós dessa junção tenham os mesmos deslocamentos. Nesta restrição atribuiu-se a condição de *slave* às superfícies das zonas de amarração do provete e a condição de *master* às superfícies inferiores das cunhas da amarração.

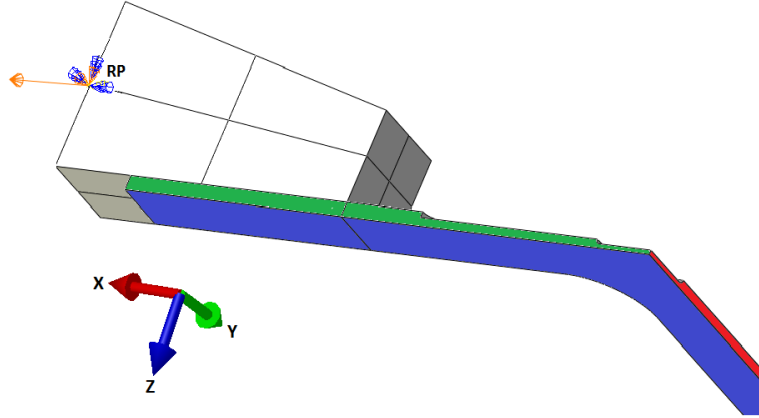


Figura 3.7: Condições de fronteira; simetria das três superfícies do provete e o deslocamento aplicado no *reference point* das cunhas de amarração.

### 3.2.5 Definição e localização de *sets*

Nos ensaios experimentais foram posicionados na superfície do centro do provete quatro pontos, com uma distância entre si de 10 mm. Cada par de pontos serve para se obter os deslocamentos segundo os eixos X e Y. No programa *ABAQUS*, os deslocamentos nodais podem ser obtidos através de *sets* colocados nos nós da malha. A Figura 3.8(a), mostra o posicionamento dos *sets* nodais segundo as duas direções dos eixos referenciais. Dois *sets* encontram-se à superfície e os restantes ao longo da espessura do provete. Os três *sets* de cada direção, estão distanciados 5 mm do centro, de modo a reproduzir as medições do vídeo-extensómetro, Figura 3.8(a).

As extensões foram calculada através de:

$$\varepsilon_x = \frac{2U_x}{L_0}, \varepsilon_y = \frac{2U_y}{L_0} \quad (3.2)$$

usando os deslocamentos obtidos dos *nodes sets* e com o comprimento de referência inicial de  $L_0 = 10$  mm.

Na Figura 3.8(b), está representado um *element set* formado por 200 elementos finitos do tipo C3D20R, situados no centro do provete. Através deste *set* foi possível obter as tensões de von Mises,  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  médias na zona central, que não são fornecidas diretamente dos ensaios experimentais.

Finalmente, foi definido um *set* em cada *reference point* das cunhas de amarração, para se obter a força aplicada no provete. À medida que o provete é tracionado, os *sets* atribuídos às cunhas permitem a aquisição das forças segundo o eixos X e Y.

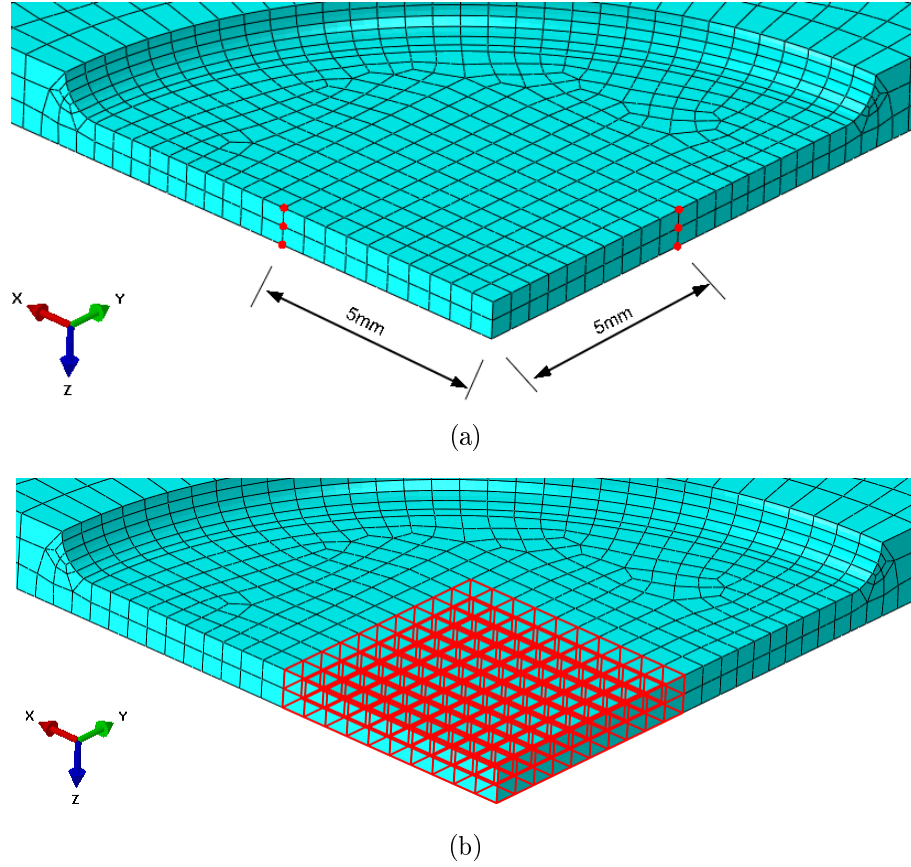


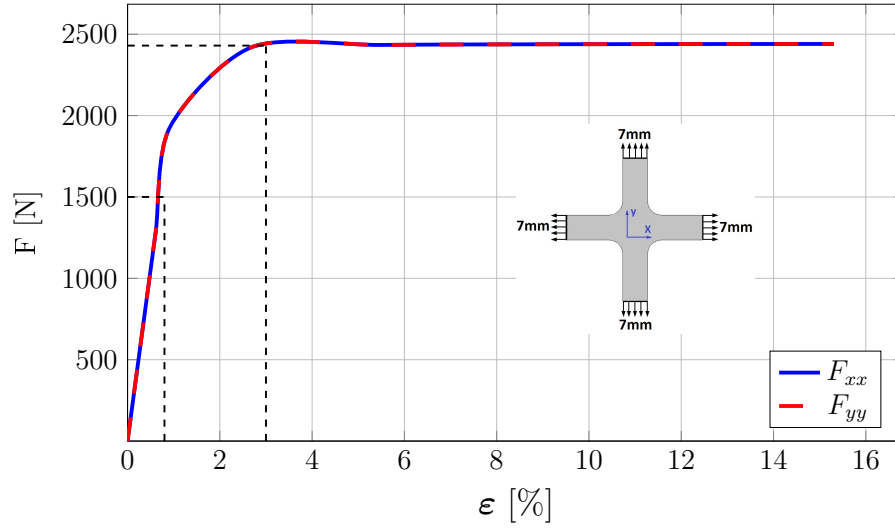
Figura 3.8: Posicionamento de *sets*: (a) *sets* nodais. (b) *set* de elementos.

### 3.2.6 Comparação dos resultados numéricos e experimentais

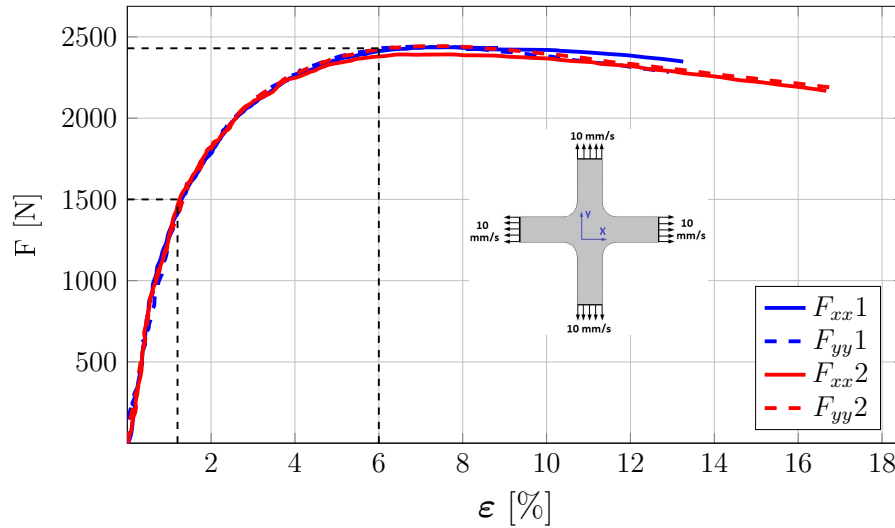
Após o tratamento de dados acima descrito, procedeu-se à elaboração das curvas força-extensão representadas na Figura 3.9(a). Por seu turno as curvas força-extensão representadas na Figura 3.9(b) são referentes a dois ensaios experimentais [10].

Pode-se constatar que as curvas força-extensão de ambos os gráficos, atingem a força máxima de 2400 N. Há também uma razoável concordância nos estádios iniciais de deformação plástica do provete, até aproximadamente uma extensão de 1%, o que corresponde a uma força de 1500 N. Porém, nos ensaios experimentais a força máxima de 2400 N é atingida quando a extensão se aproxima dos 6%, enquanto que na simulação numérica a força máxima é atingida com uma extensão menor, à volta de 3%.

Na simulação numérica admitiu-se uma zona retilínea elástica até à cedência. Esta hipótese simplificadora diminui a extensão correspondente à força máxima de 2400 N.



(a)



(b)

Figura 3.9: Curvas força-extensão relativas aos ensaios biaxiais de tração:(a) Simulação numérica. (b) Ensaios experimentais [10].

A Figura 3.10 mostra os *contour plots* relativos às distribuições das tensão de von Mises,  $\sigma_{xx}$  e de  $\sigma_{yy}$  no centro e nos raios de concordância do provete. Verifica-se que os raios de concordância apresentam tensões  $\sigma_{xx}$  e  $\sigma_{yy}$  de 32.6 MPa que são superiores às do centro do provete, que atingem um patamar de 27 MPa, Figura 3.11.

A interpretação destes resultados sugere que a rutura teve início nos raios de concordância e progrediu para o centro da amostra. A Figura 3.12(a), mostra a estrição do provete antes da rutura, que está de acordo com a evolução prevista nas zonas mais solicitadas. Pode-se ver nas zonas esbranquiçadas junto aos raios

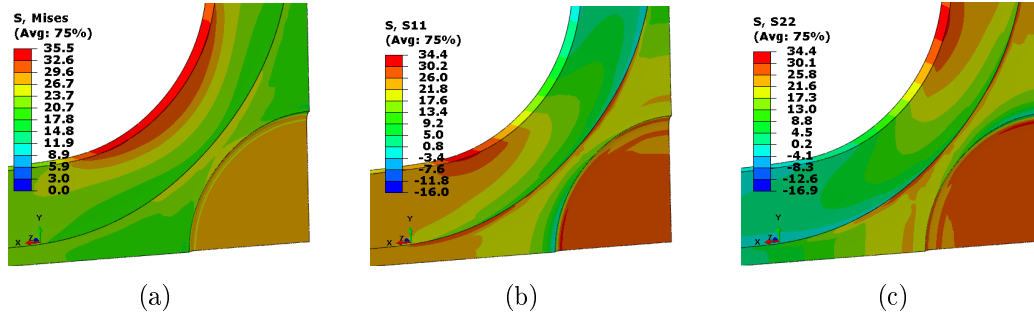


Figura 3.10: *Contour plots* relativos ao centro e aos raios de concordância da *Geometria 9A*: (a) Distribuição da tensão de von Mises. (b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$ . (c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$ .

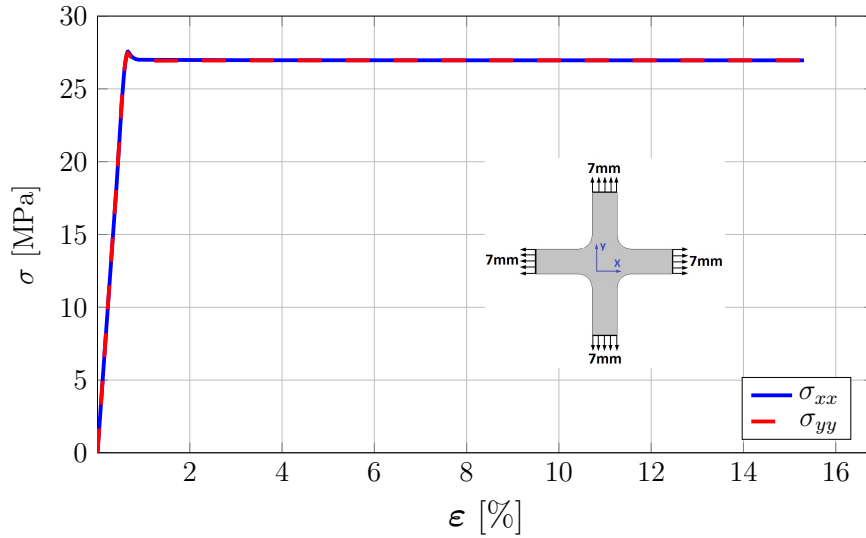


Figura 3.11: Curvas tensão-extensão relativas ao centro da *Geometria 9A*.

de concordância linhas de tonalidade escura que indiciam o começo da rutura.

A Figura 3.12(b), mostra uma fotografia da rutura da amostra a 45° em relação aos eixos X e Y, e que vem confirmar o modo de rutura previsto para as amostras.

Portanto, não tendo a rutura ocorrido na zona central onde foram medidas as extensões, não é possível concluir acerca da deformação de rutura do material. Não obstante, a boa concordância nas fases iniciais e na carga máxima das curvas força-extensão permite concluir que a zona elástica e o modelo de cedência de Drucker-Prager usado foram adequados.





(a)



(b)

Figura 3.12: Fotografias dos provetes após os ensaios experimentais: (a) Estricção do provete - tonalidades que preveem a rutura [10]. (b) Rutura do provete a  $45^\circ$  [10].



## Capítulo 4

### Conclusões e trabalhos futuros

No processo de otimização das amostras cruciformes ficou evidente que há uma forte tendência para concentração das tensões mais elevadas nos raios de concordâncias. Além disso, nem sempre é possível atingir um grau razoável de uniformidade da distribuição de tensões no centro dos provetes. A melhoria da geometrias ficou também fortemente limitada pela espessura máxima dos provete ser algo reduzida. Amostras com maior espessura permitiriam introduzir três ou mais rebaixos que poderiam melhorar as características.

Apesar destas dificuldades, os resultados numéricos mostraram que a amostra desenvolvida nesta dissertação se aproxima bem dos requisitos definidos inicialmente para a realização de ensaios biaxiais do tipo tração-tração. Nos ensaios experimentais observou-se o modo de rutura esperado, isto é, orientado a  $45^\circ$  em relação aos eixos de carregamento. Porém, a rutura não se iniciou no centro do provete, face às tensões mais elevadas nos raios de concordância previstas nas simulações numéricas.

Por seu turno, as cargas máximas atingidas nos modelos numéricos estiveram em muito boa concordância com os valores experimentais. As diferenças nas etapas intermédias das curvas carga-extensão explicam-se pelo modelo elasto-perfeitamente plástico adotado nos modelos, o qual é, evidentemente, uma simplificação.

Atendendo aos resultados obtidos, o trabalho desenvolvido na conceção e otimização constitui uma boa referência para trabalhos futuros que conduzam a amostras em que a rutura se inicie efetivamente na zona central. Para isso muito contribuirá a adoção de espessuras máximas superiores, removendo assim um importante constrangimento.



## Bibliografia

- [1] James C. Gerdee , Harold W. Lord, Ronald A.L. Rorrer. *Engineering Design with Polymers and Composites*. CRC Press, 2006.
- [2] P. Tiernan, A. Hannon. Design optimisation of biaxial tensile test specimen using finite element analysis. *International Journal of Material Forming*, 7:117–123, 2014.
- [3] Naresh Bhatnagar, Rakesh Bhardwaj, Palani Selvakumar, Mathias Brieu. Development of a biaxial tensile test fixture for reinforced thermoplastic composites. *Elsevier- Polymer Testing*, 26:154–161, 2006.
- [4] Ebrahim Lamkanfi, Wim Van Paepegem, Joris Degrieck, Carla Ramault, Andreas Makris, Danny Van Hemelrijck. Strain distribution in cruciform specimens subjected to biaxial loading conditions - Part 2: Influence of geometrical discontinuities. *Elsevier- Polymer Testing*, 29:132–138, 2009.
- [5] L. Andrusca, V. Goanta, P. Barsanescu, R. Steigmann. Numerical and experimental study of cruciform specimens subjected to biaxial tensile test. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 147:1–6, 2016.
- [6] Telmo M. J. Marques. *Ensaaios Biaxiais Sob Tensões Normais*. Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica. Universidade de Aveiro, 2013.
- [7] Montgomery T. Shaw , William J. MacKnight. *Introduction to Polymer Viscoelasticity*. Wiley, 2005.
- [8] Juliana E. L. Pacheco. *Caracterização de Materiais Viscoelásticos Com Aplicações De Séries de Prony e Análise Por Elementos Finitos*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica. Universidade Federal do Paraná, 2013.
- [9] F. Teixeira-Dias, J. Pinho-da-Cruz, R.A. Fontes Valente, R.J. Alves de Sousa. *Método dos Elementos Finitos, Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia*. ETEP, 2007.

- [10] João P. M. Maio. *Projeto e Construção de Máquina de Ensaio Biaxial*. Dissertação de Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica. Universidade de Aveiro, 2014.
- [11] R. Seltzer , A. Cisilino, P. Frontini , Y. Mai. Determination of the drucker-prager parameters of polymers exhibiting pressure-sensitive plastic behaviour by depth-sensing indentation. *International Journal of Mechanical Sciences*, 53:471–478, 2011.
- [12] Akhtar S. Khan, Sujian Huang. *Continuum Theory of Plasticity*. John Wiley & Sons, 1995.
- [13] Dassault Systèmes - Simulia. Abaqus 6.10 Online Documentation - Abaqus Keywords Reference Manual . <https://www.sharcnet.ca/Software/Abaqus610/Documentation/docs/v6.10/books/key/default.htm?startat=ch04abk32.html#usb-kws-mdruckerpragercreep>. [ Acedido em Março de 2016].

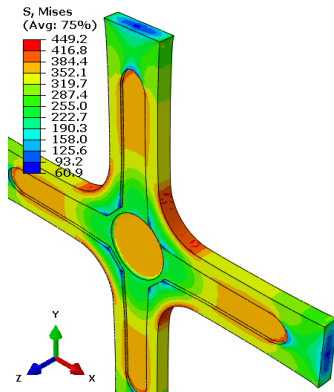
# Apêndices



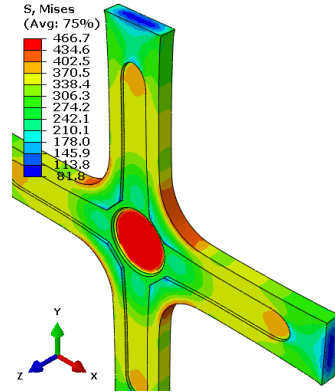


Apêndice A

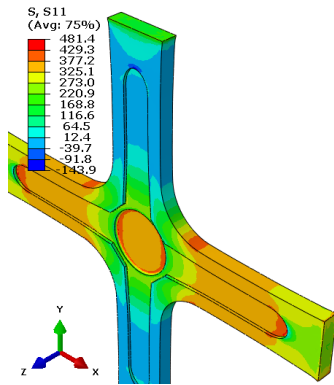
*Geometria 6A / Geometria 6B*



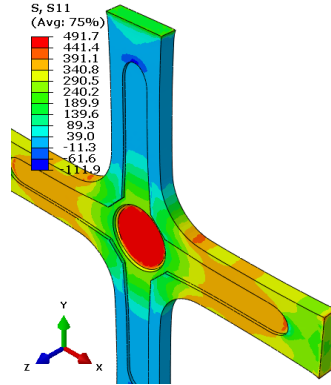
(a) Distribuição da Tensão von Mises.



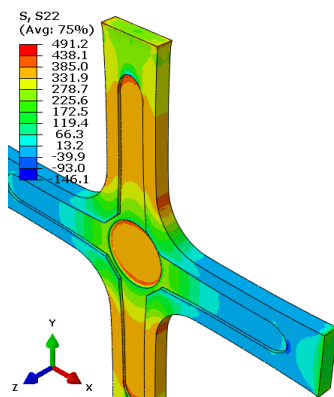
(a) Distribuição da Tensão von Mises.



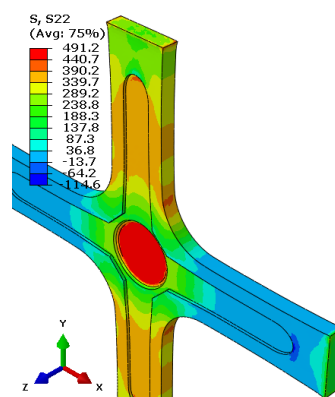
(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$



(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$



(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$ .



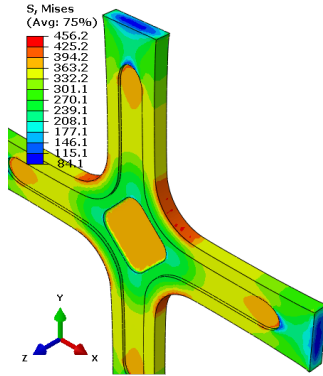
(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$

Figura A.1: *Geometria 6A* - centro com 1.5mm de espessura

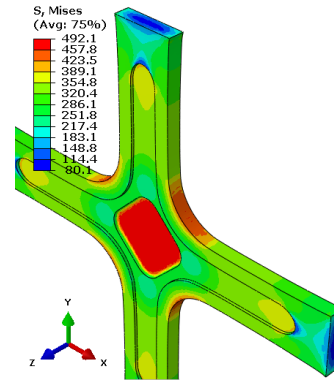
Figura A.2: *Geometria 6B* - centro com 1mm de espessura

## Apêndice B

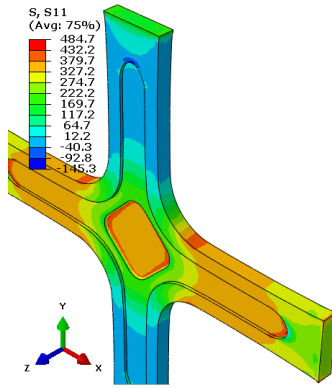
### *Geometria 7A / Geometria 7B*



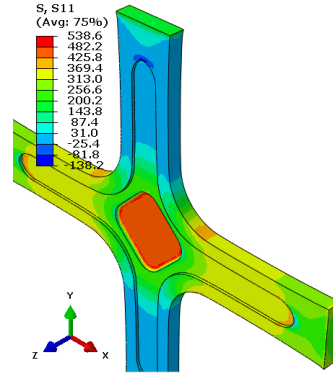
(a) Distribuição da Tensão von Mises.



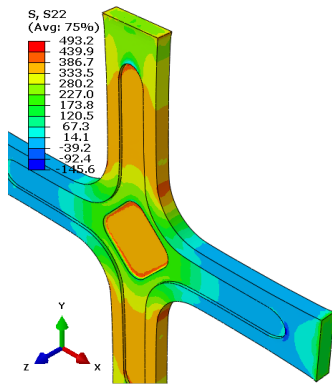
(a) Distribuição da Tensão von Mises.



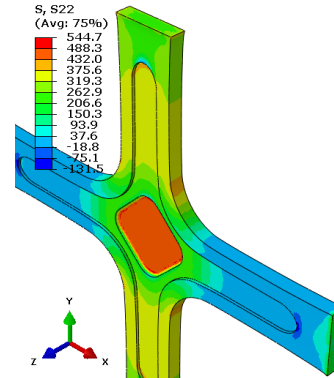
(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$



(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$



(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$ .



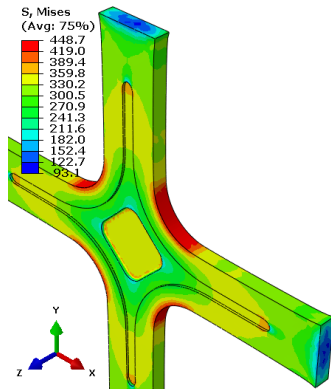
(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$

Figura B.1: *Geometria 7A* - centro com 1.5mm de espessura

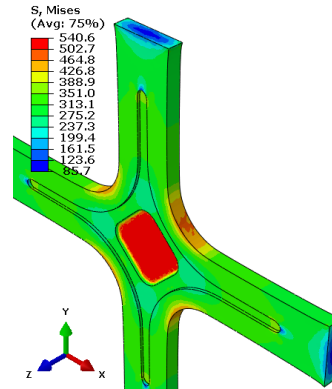
Figura B.2: *Geometria 7B* - centro com 1mm de espessura

## Apêndice C

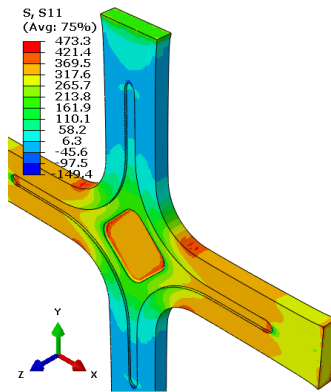
### *Geometria 8A / Geometria 8B*



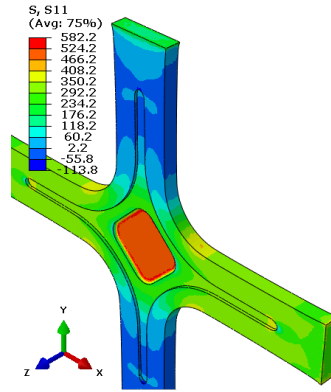
(a) Distribuição da Tensão von Mises.



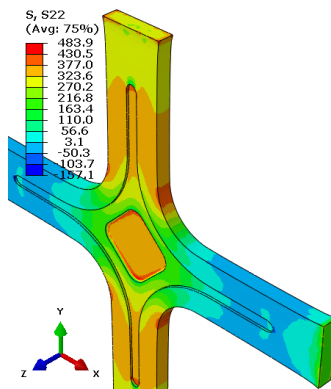
(a) Distribuição da Tensão von Mises.



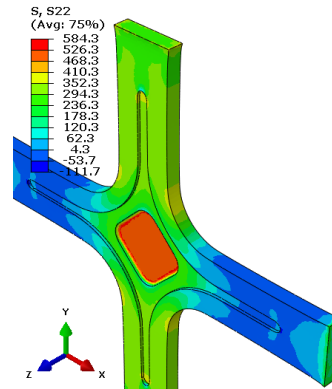
(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$



(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$



(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$ .



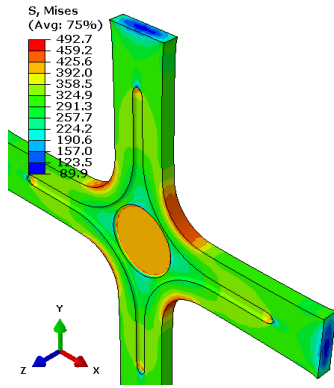
(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$

Figura C.1: *Geometria 8A* - centro com 1.5mm de espessura

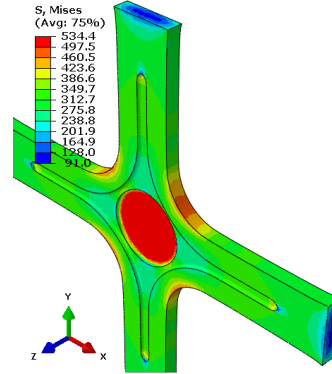
Figura C.2: *Geometria 8B* - centro com 1mm de espessura

## Apêndice D

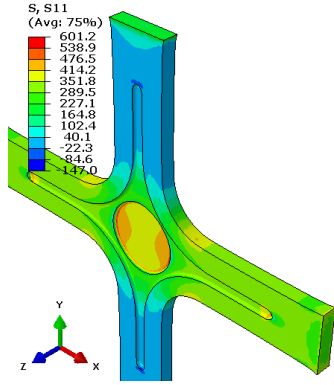
### *Geometria 9.2A / Geometria 9.2B*



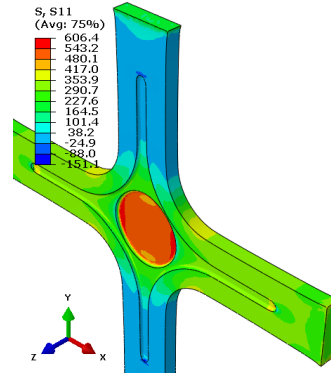
(a) Distribuição da Tensão von Mises.



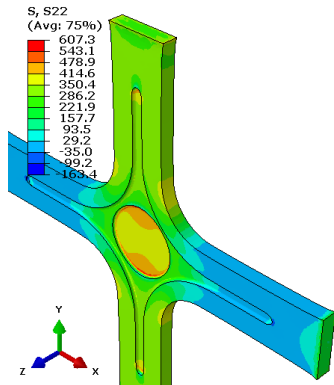
(a) Distribuição da Tensão von Mises.



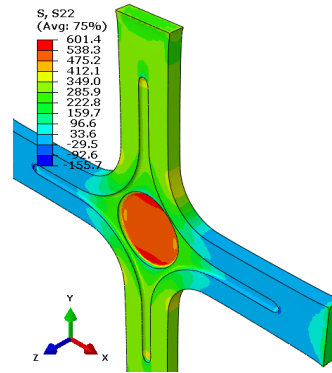
(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$



(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$



(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$ .



(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$

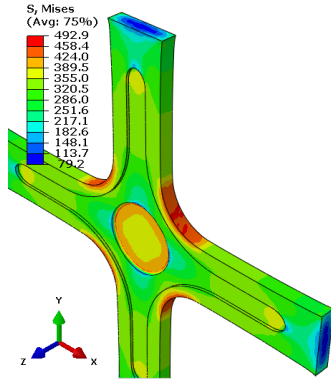
Figura D.1: *Geometria 9.2A* - centro com 1.5mm de espessura

Figura D.2: *Geometria 9.2B* - centro com 1mm de espessura

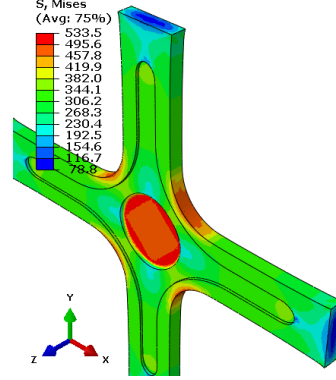


## Apêndice E

### *Geometria 9.3A / Geometria 9.3B*



(a) Distribuição da Tensão von Mises.



(a) Distribuição da Tensão von Mises.

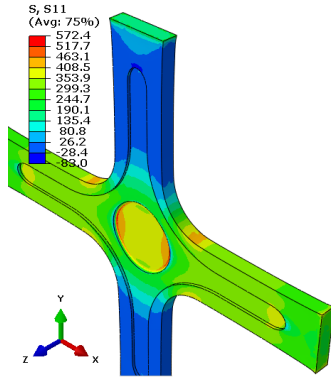
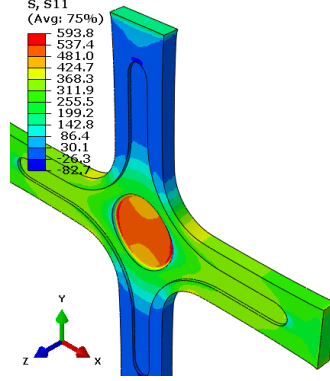
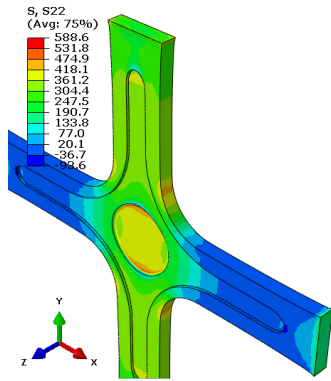
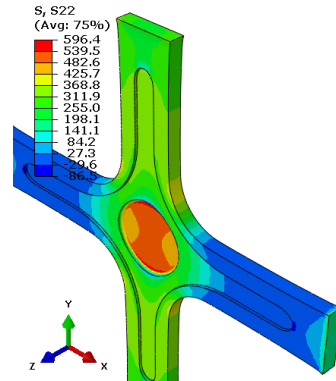
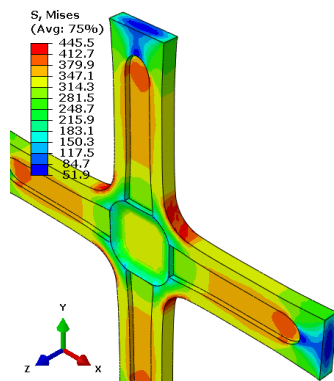
(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$ (b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$ (c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$ .(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$ 

Figura E.1: Geometria 9.3A - centro com 1.5mm de espessura

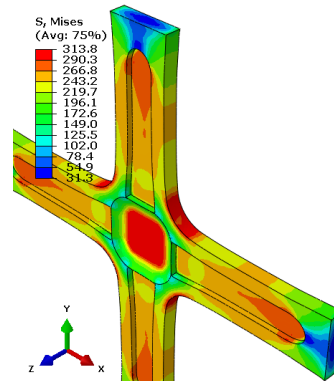
Figura E.2: Geometria 9.3B - centro com 1mm de espessura

Apêndice F

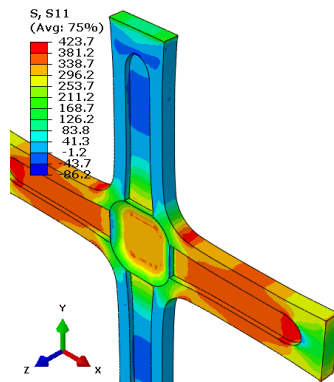
*Geometria 10A / Geometria 10B*



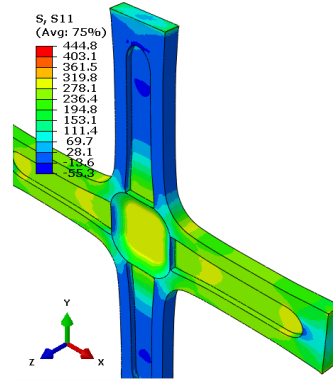
(a) Distribuição da Tensão von Mises.



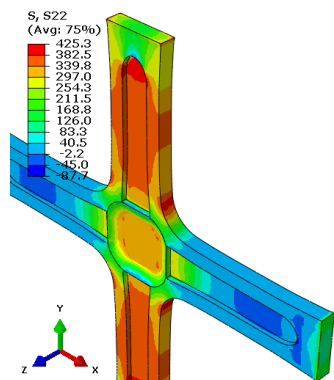
(a) Distribuição da Tensão von Mises.



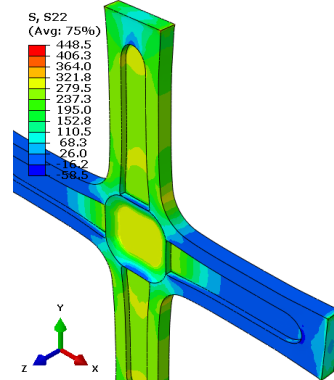
(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$



(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$



(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$ .



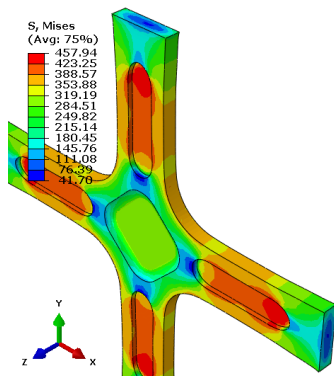
(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$

Figura F.1: *Geometria 10A* - centro com 1.5mm de espessura

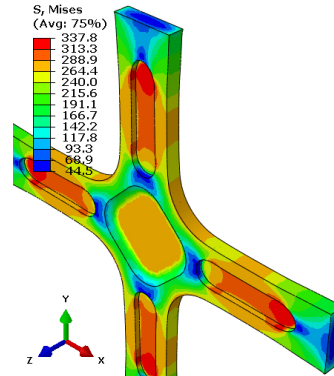
Figura F.2: *Geometria 10B* - centro com 1mm de espessura

## Apêndice G

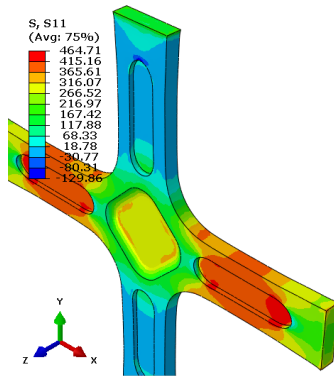
### *Geometria 11A / Geometria 11B*



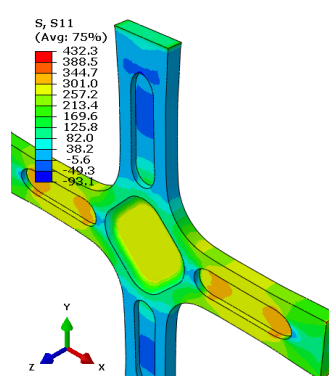
(a) Distribuição da Tensão von Mises.



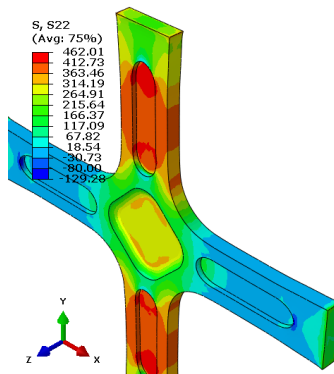
(a) Distribuição da Tensão von Mises.



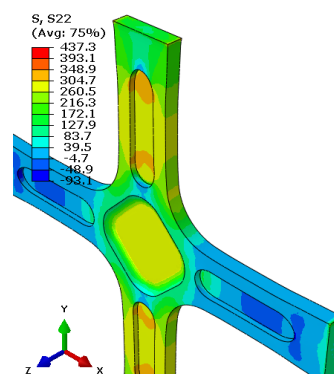
(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$



(b) Distribuição de  $\sigma_{xx}$



(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$ .



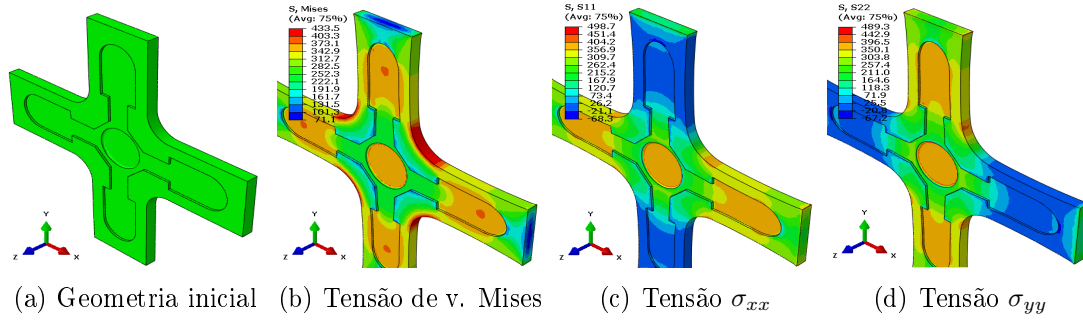
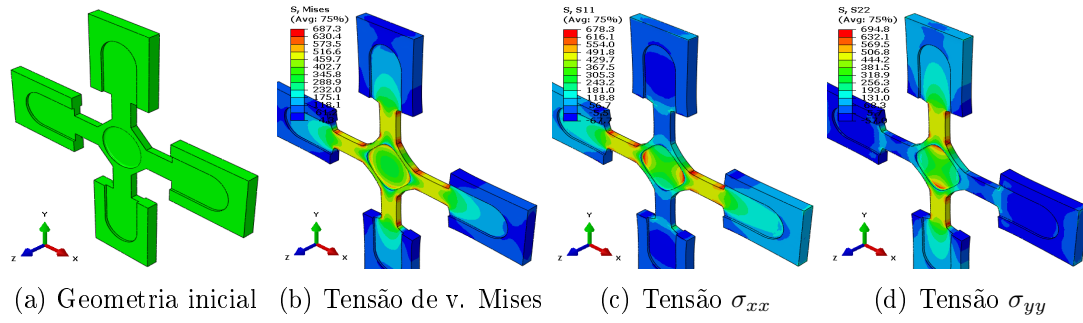
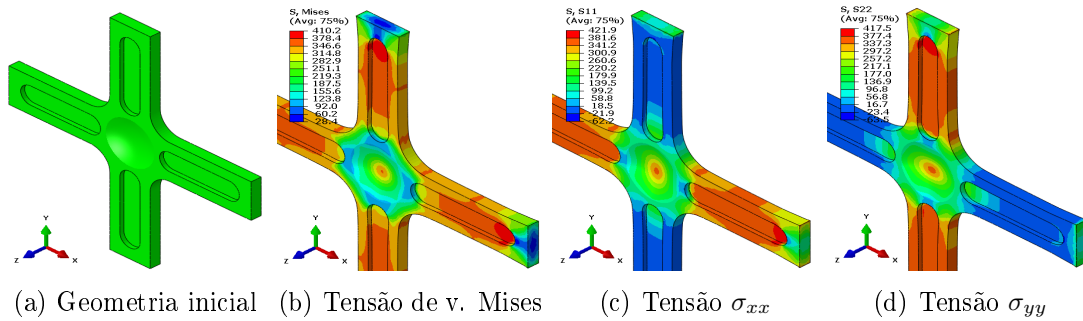
(c) Distribuição de  $\sigma_{yy}$

Figura G.1: *Geometria 11A* - centro com 1.5mm de espessura

Figura G.2: *Geometria 11B* - centro com 1mm de espessura

## Apêndice H

### Amostras com dois rebaixos

Figura H.1: *Geometria 12A* - centro com 1.5 mm de espessuraFigura H.2: *Geometria 13A* - centro com 1.5 mm de espessuraFigura H.3: *Geometria 14A* - centro com 1.5 mm de espessura



Apêndice |

## **Amostras com um rebaixo**

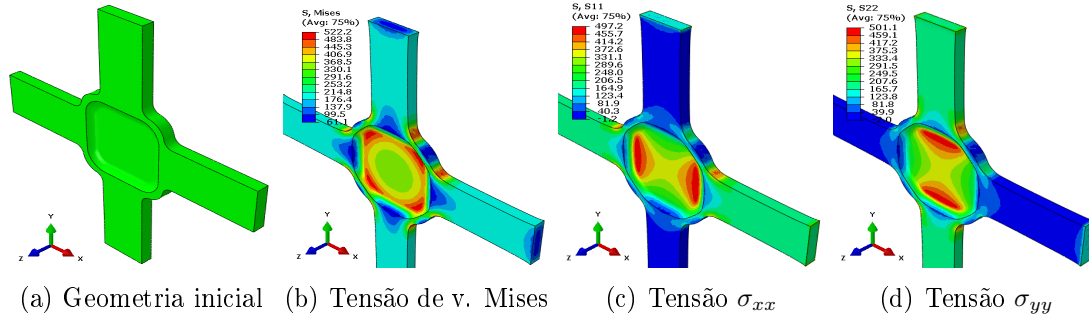


Figura I.1: *Geometria 15A* - centro com 1.5 mm de espessura

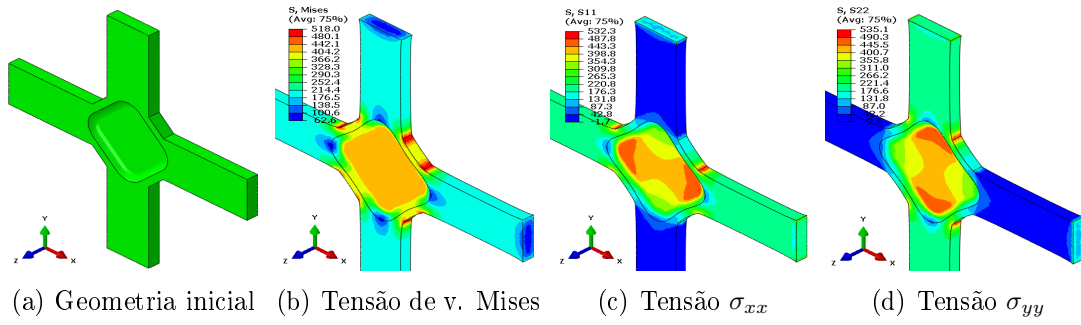


Figura I.2: *Geometria 16A* - centro com 1.5 mm de espessura

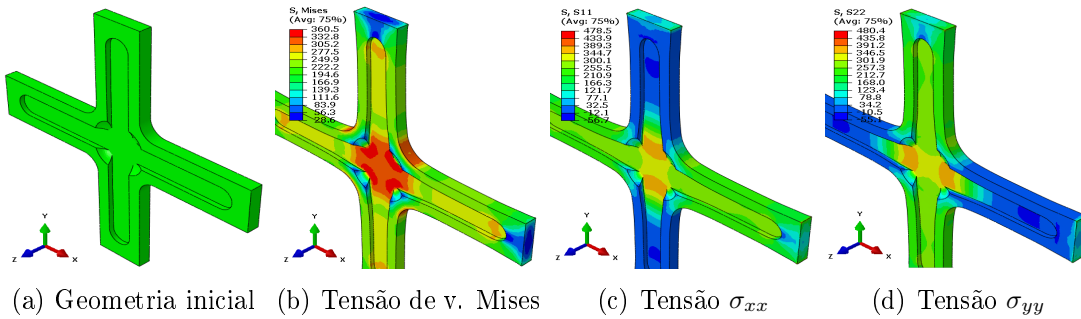


Figura I.3: *Geometria 17A* - centro com 1.5 mm de espessura

## Apêndice J

**Provete usado nos ensaios experimentais**  
- *Geometria 9A*

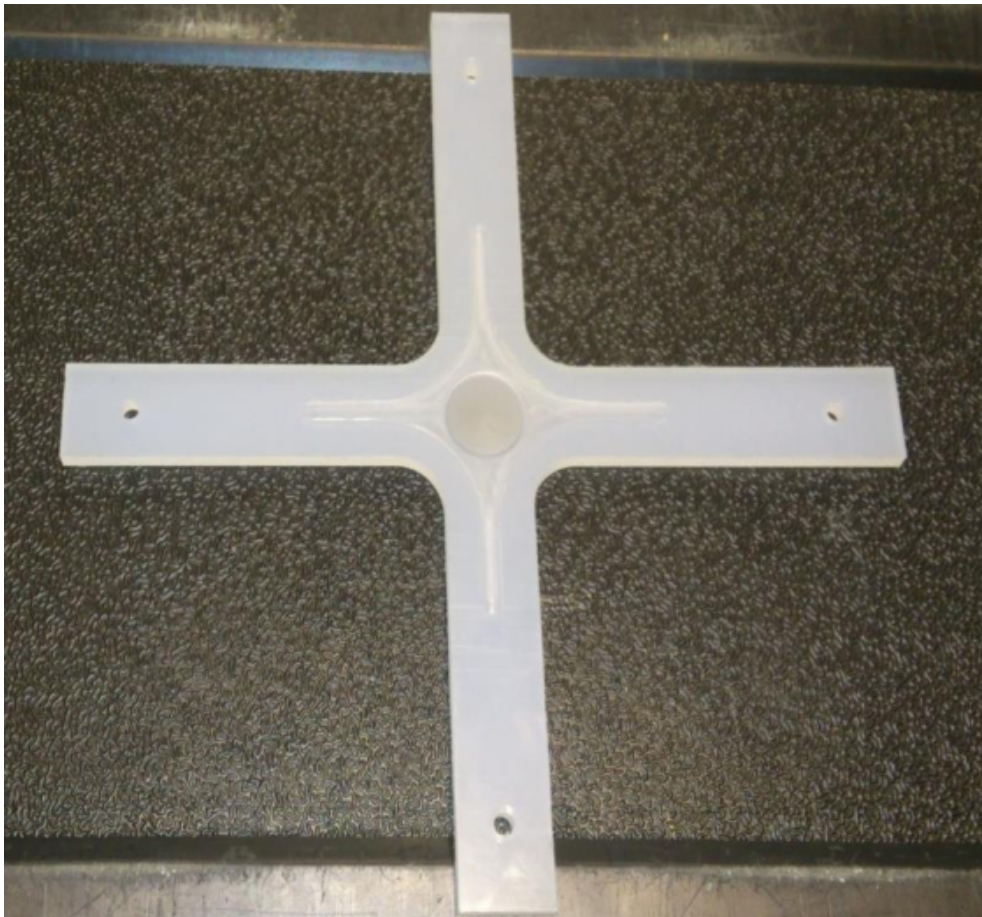


Figura J.1: Provete produzido no centro de maquinagem CNC.

Apêndice K

**Vistas e dimensões da *Geometria 9B***

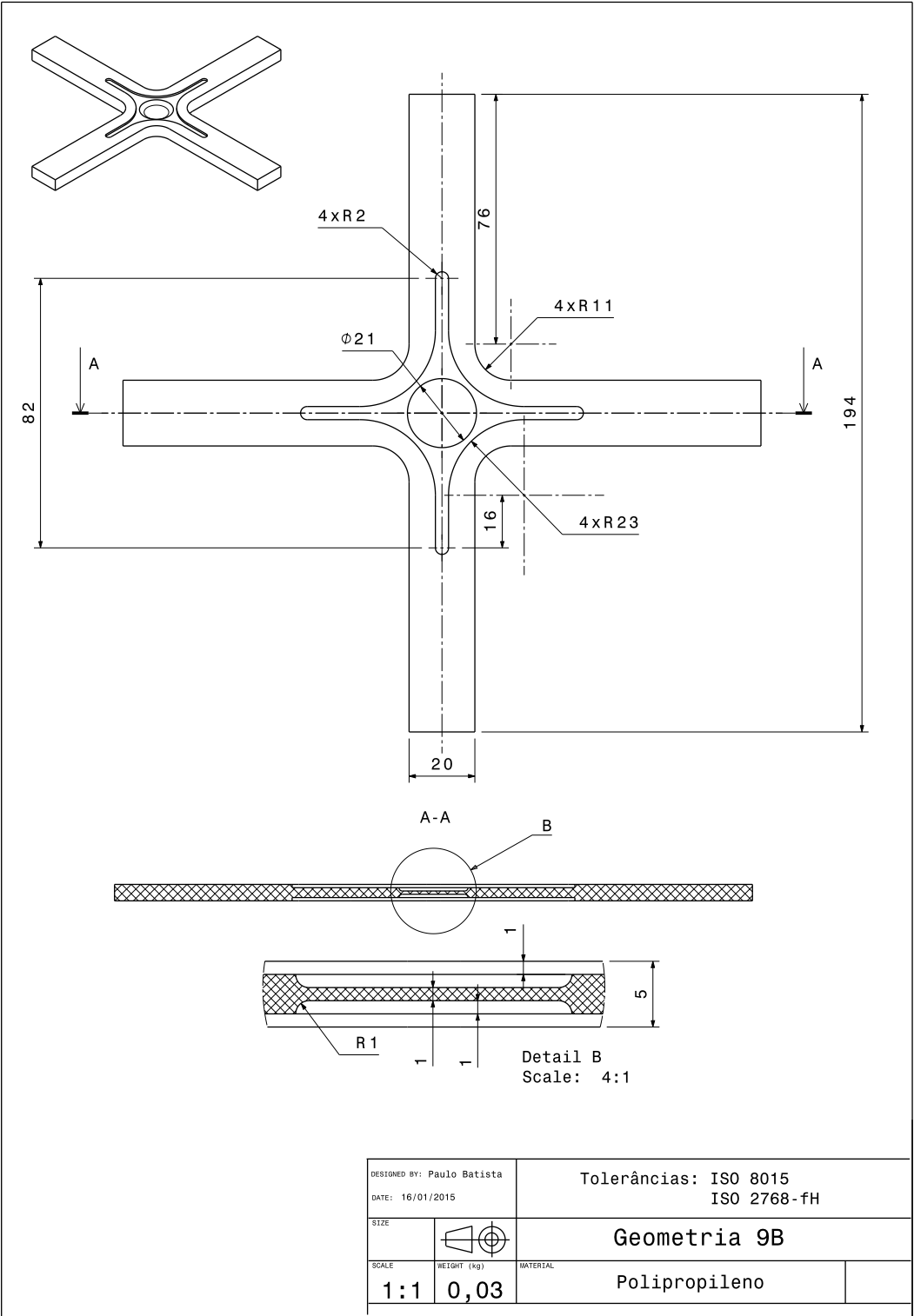


Figura K.1: *Geometria 9B*.

## Apêndice L

### Vistas e dimensões da *Geometria 8B*

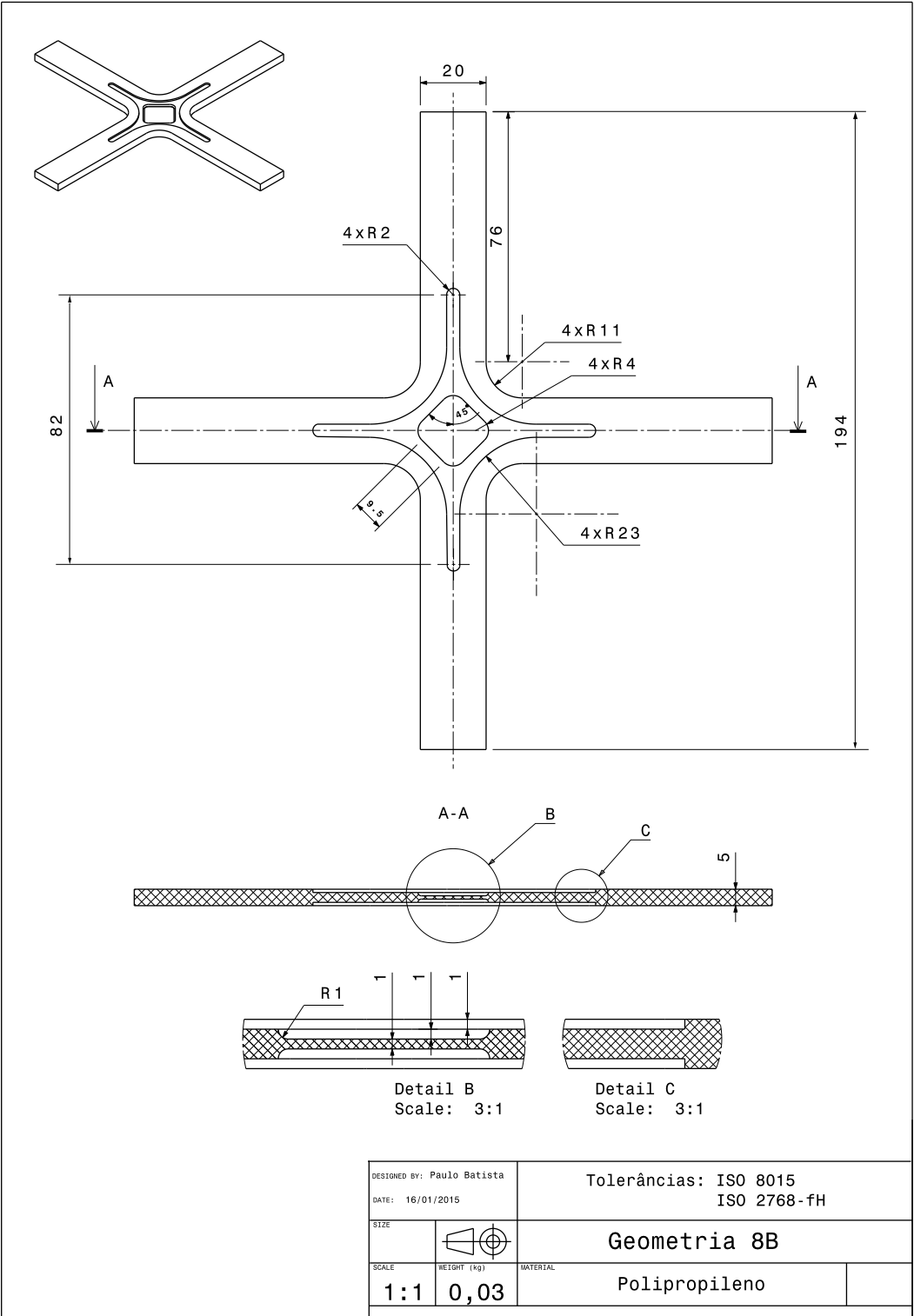


Figura L.1: *Geometria 8B*.